TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA

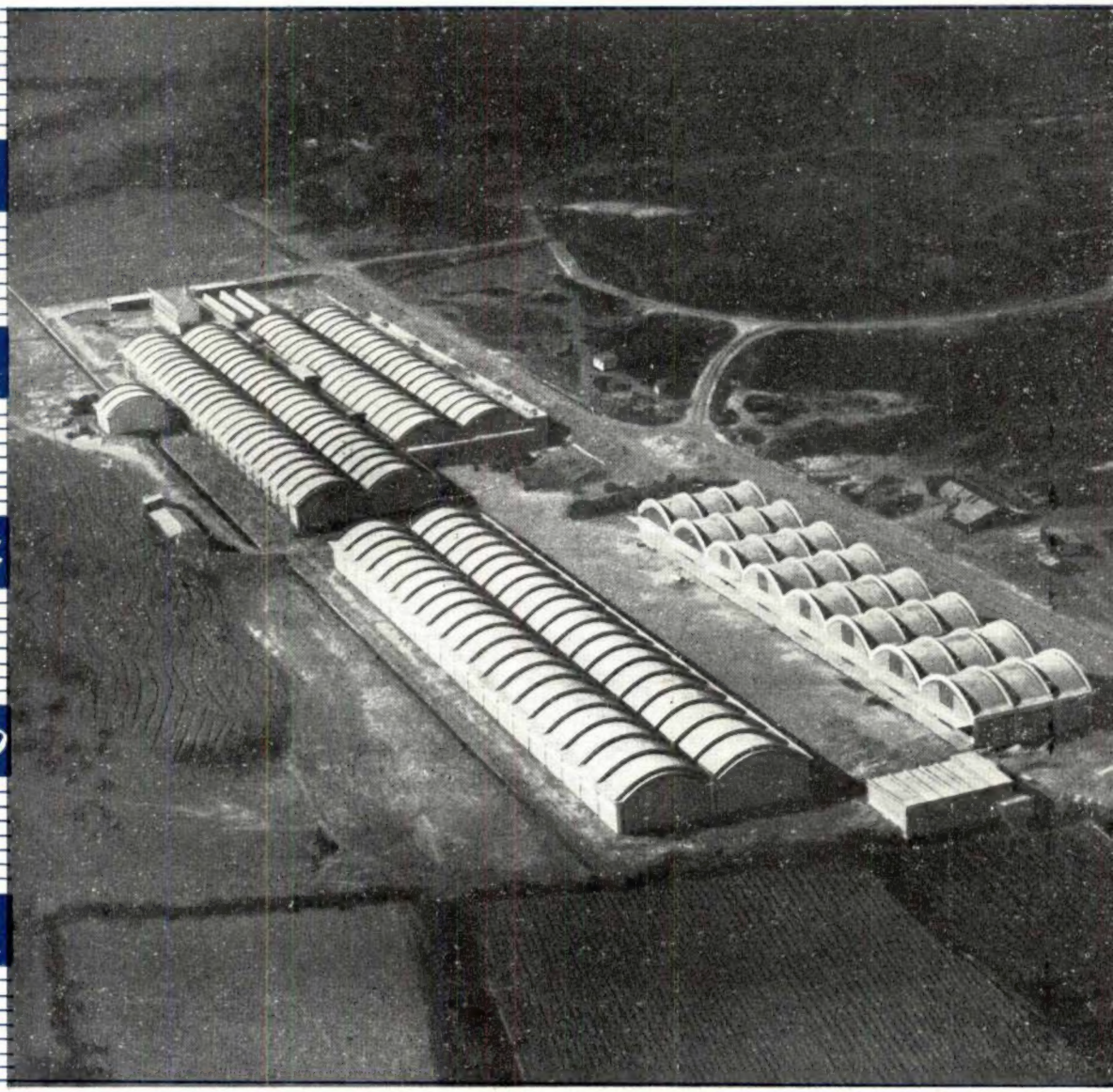
economia

tecnologia

sociologia

investigação

pedagogia



OUTUBRO 1962

321

Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão — Setúbal

Telef. 028824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 328201/2/3

UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA

S. A. R. L.

SEDE

Rua de Alexandre Herculano, 244 — PORTO

TELEFONES: 2 76 76 / 77 / 78 / 79 — Est. 90

DELEGAÇÃO

Rua Rosa Araújo, 35 — LISBOA

TEL.: 73 11 81/82/83/84/85/86 - 73 33 33 - 48 49 1

●

ELECTRICIDADE DO LINDOSO E DAS CENTRAIS DO FREIXO E DA CACHOFARRA

●

A **UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA** distribui, pela mais extensa rede de alta tensão em Portugal (cerca de 2 500 km), energia eléctrica em 70 concelhos, nos distritos de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU, LEIRIA, SETÚBAL e ÉVORA.

OFICINAS E LABORATÓRIOS

DO

INSTITUTO SUPERIOR TECNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDE, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO e de ELECTROTÉCNICA, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA DOS ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Ano XXXVII - N.º 321 Outubro de 1962

Redacção e Administração: AVENIDA ROVISCO PAIS, I.S.T. * LISBOA-N. * TELEF. 77 01 44 (Linha 50)

CORPO REDACTORIAL

J. M. VIEGAS GONÇALVES
A. ROMÃO DIAS
J. F. GOMES DE PINA
A. ALVES MACEDO
A. M. L. ESTEVES BRINCA

*

NUMERO AVULSO 15$00

ASSINATURAS:

	3 N.os	6 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	37$50	60$00	110$00
Ultramar Português e Espanha	—	65$00	120$00
Estrangeiro	—	70$00	130$00

*

EDITOR E PROPRIETÁRIO
ASS. DOS ESTUD. DO I.S.T.

*

COMPOSTO E IMPRESSO
NA
Tip. JORGE FERNANDES, L.DA
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

SUMÁRIO

CAPA — Vista aérea das instalações fabris da «Tabaqueira», fábrica de cigarros de Albarraque, inaugurada em 26 de Maio de 1962.

Págs.

Projecção das Telecomunicações no domínio da Engenharia — Oração de sapiência proferida em 23 de Outubro de 1962

Pelo Prof. Eng. Manuel José de Abreu Faro 1

Matrizes e tensores em geometria analítica de R^3

Por F. R. Dias Agudo 9

A relação entre a corrente de emissão e as tensões aplicadas nos tubos electrónicos de vazio com uma ou mais grelhas

Por João F. Borges da Silva 13

Combustão do carbono em leito fixo

Por José Joaquim Delgado Domingos 33

Notas informativas — **Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional** 44

Estudo dos métodos de avaliação de revestimentos metálicos de protecção

Por Antera Valeriana de Seabra e Pedro Reis dos Santos 45

Considerações acerca dos métodos de dimensionamento de estruturas anti-sísmicas

Por João M. Madeira Costa 61

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

A

Pág.

A. Gestetner XLIV
A. G. M. E. L. . . . . . (Intercalado)
Aguiar & Melo, Lda. . . . . . (Intercalado)
A. Johnson & Co (Portugal), Ltd. . . XXXVII
Agro-Mecânica XIX
Azevedo & Pessi, Ltd. XXII

C

Centro de Projectos CUF XV
Cimento Secil . . . . . 2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos . . VIII
Companhia Portuguesa dos Petróleos B P XXXVI
Companhia Portuguesa de Trefilaria XXII
Companhia União Fabril XIV
Construções Técnicas, Ltd.ª XXXI
C. Santos, Ltd.ª . . . . . XLI e XLIII

E

Electro-Arco, Ltd.ª XXXVIII
Electrotécnicos Reunidos XXVI
Emílio de Azevedo Campos & C.ª, Ltd.ª XVIII
Empresa de Cimentos de Leiria . . XL
Empresa Electro Cerâmica XXXVIII
Empresa de Produtos Asfálticos . . . X
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª . . . . . 3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações XXIV
English Electric VI
Eng.º Augusto Cavaco XXXVIII
Estores Sunway XXX

F

Fábrica Portugal II
Fanafel XVI
Filfro, Lda. XXVI
Fluitherma XXI

G

Gomes de Castro & Irmão, Lda. . . XXI
Guedes & Almeida, Lda. IX

H

Harker Sumner & C.ª, Ltd. XLII
Hydrel XXII

I

Pág.

Impermeábilis XXII

M

Monteiro Gomes, Ltd.ª IV

O

Orlando Fernandes XVI

P

Papelaria Fernandes XXIX
Pimentel & Casquilho, Ltd.ª III
Promec XXXIII
Propacidla XXXIV

Q

Química Hoechst, Limitada XX

S

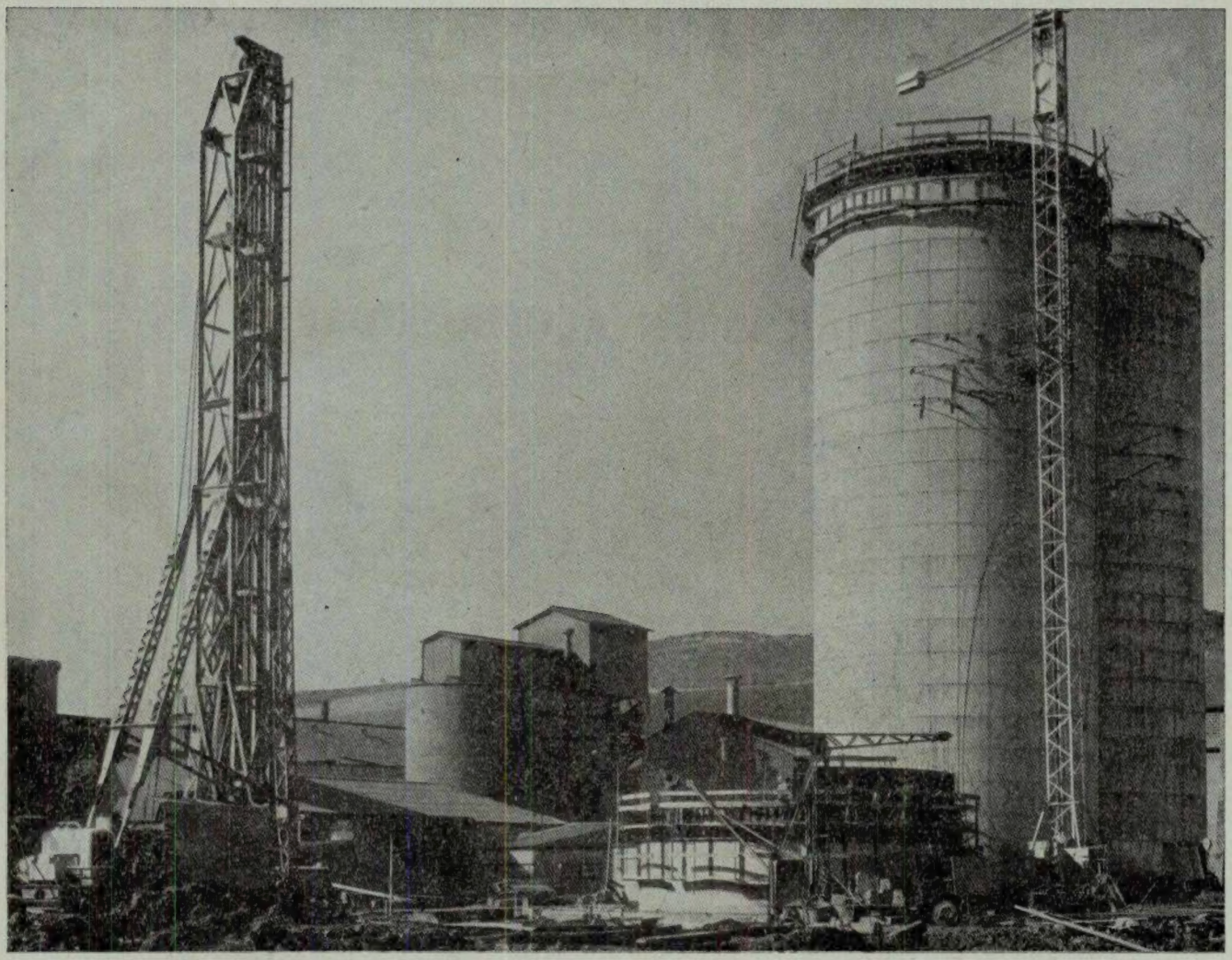
Sanfer, Lda. XLII
S. E. Moniz da Maia & Vaz Guedes, L.da XIII
Soabal, Ltd. XXIII
S. Com. de Isolamentos de Cortiça XXXV
Soc. Comercial Romar, Lda. . XXV e XXVIII
Sociedade Construtora Portuguesa, Ltd.ª I
Sociedade de Electricidade Brown Boveri . . . . . 4.ª da capa
Sociedade Industrial Metalúrgica . XXXV
Société Louis de Roll V
Sociedade Michaelis de Vasconcellos XII
Sociedade Portuguesa Cavan VIII
Sociedade Portuguesa do Ar Líquido XXXII
Socied. Portuguesa de Válvulas, Ld.ª XXVII
Sociedade S K F XVIII
Sociedade Técnica de Equipamentos e Tractores, Lda. . . . . . (Intercalado)
Sofomil XXXIX
Sondagens Ródio, Ltd.ª XXXV
Standard Eléctrica VII

U

União Eléctrica Portuguesa . . . . . 2.ª da capa

W

Wild Portugal, Lda. XVII



BATERIA DE CINCO SILOS com 11,50 m de diâmetro e 30,00 m de altura, cada (Em construção)

COMPANHIA CIMENTO TEJO
Alhandra

Assentes sobre

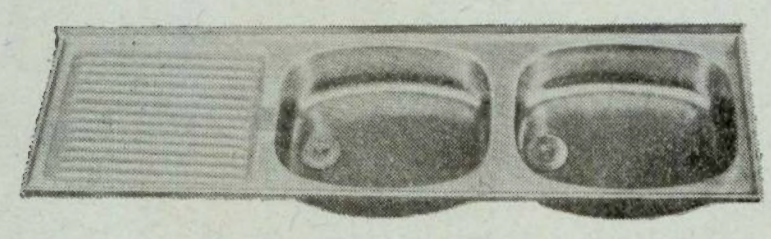
313

ESTACAS FRANKI

Sociedade Construtora Portuguesa, Lda.

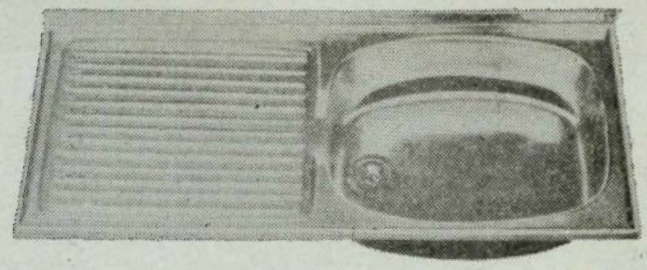
PRAÇA DO AREEIRO, n.º 9, 4.º-Esq. — LISBOA — TEL. 72 60 61 e 72 99 11

LAVA-LOUÇAS EM AÇO INOXIDAVEL



Modernize os lares de Portugal, usando nas suas cozinhas Lava-Louças em AÇO INOXIDÁVEL. Concepção e execução da

FABRICA PORTUGAL

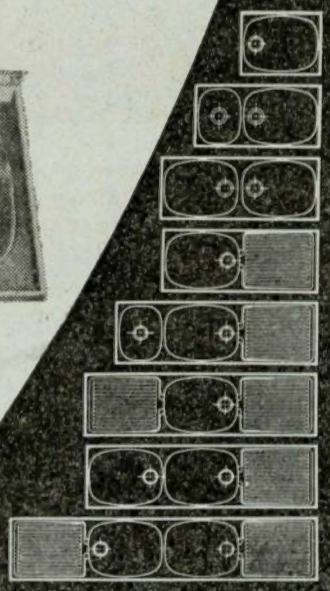


elegantes e higiénicos · duração ilimitada · revestidos de isolante especial · fornecidos com sifão de segurança · não partem a louça

- 8 MODELOS STANDARD · OUTROS MODELOS FORA DE SÉRIE
- MODELOS ESPECIAIS PARA GRANDES INSTALAÇÕES
- IGUAIS AOS MELHORES ESTRANGEIROS

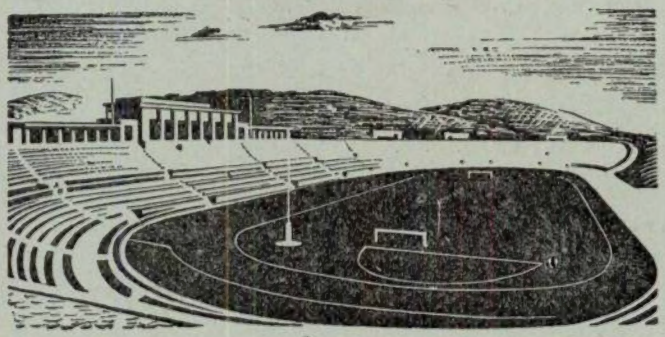
À VENDA NAS BOAS CASAS DA ESPECIALIDADE
E NOS SEUS SALÕES DE EXPOSIÇÃO E VENDA

PRAÇA DOS RESTAURADORES — RUA FEBO MONIZ



PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA

QUASE 40 ANOS AO SERVIÇO DA ENGENHARIA PORTUGUESA



GRANDE SORTIDO DE INSTRUMENTOS DE PRECISÃO, CIENTÍFICOS E INDUSTRIAIS

RUA DAS PORTAS DE SANTO ANTÃO, 75
LISBOA
TELEF.: 32 43 14 — 32 42 48 ✦ TELEG.: TECNA

RETRO-ESCAVADORA E CARREGADOR FRONTAL

J. C. BAMFORD

MODELO JCB-4

PARA ENTREGA IMEDIATA

- **MOTOR:** *Diesel «FORDSON MAJOR» de 51,8 H.P. a 1600 r.p.m.*
- **PESO TOTAL:** *7150 kg*

RETRO-ESCAVADORA

- **PROFUNDIDADE DE ESCAVAÇÃO** — *3960 mm*
- **ALCANCE** — *5790 mm*
- **ALTURA DE DESCARGA** — *3200 mm*
- **CAPACIDADE** — *77 jardas cúbicas/hora*
- **BALDES** *de 195 a 605 litros*

CARREGADOR FRONTAL

- **CAPACIDADE DE ELEVAÇÃO DE CARGA** — *2032 kg*
- **ALTURA MÁXIMA DE ESVAZIAMENTO** — *2896 mm*
- **ALCANCE** — *1067 mm*
- **BALDES** *de 481 a 1146 litros*
- **LÂMINA «BULLDOZER»** *a montar no balde normal*

Representantes exclusivos para o Continente e Ultramar

MONTEIRO GOMES, LIMITADA

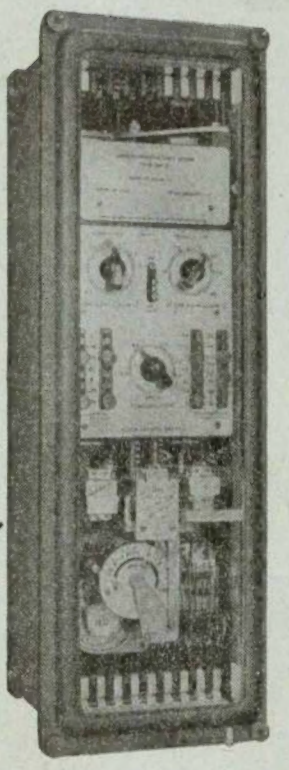
Rua Cascais, 47 (Alcântara)

LISBOA-3

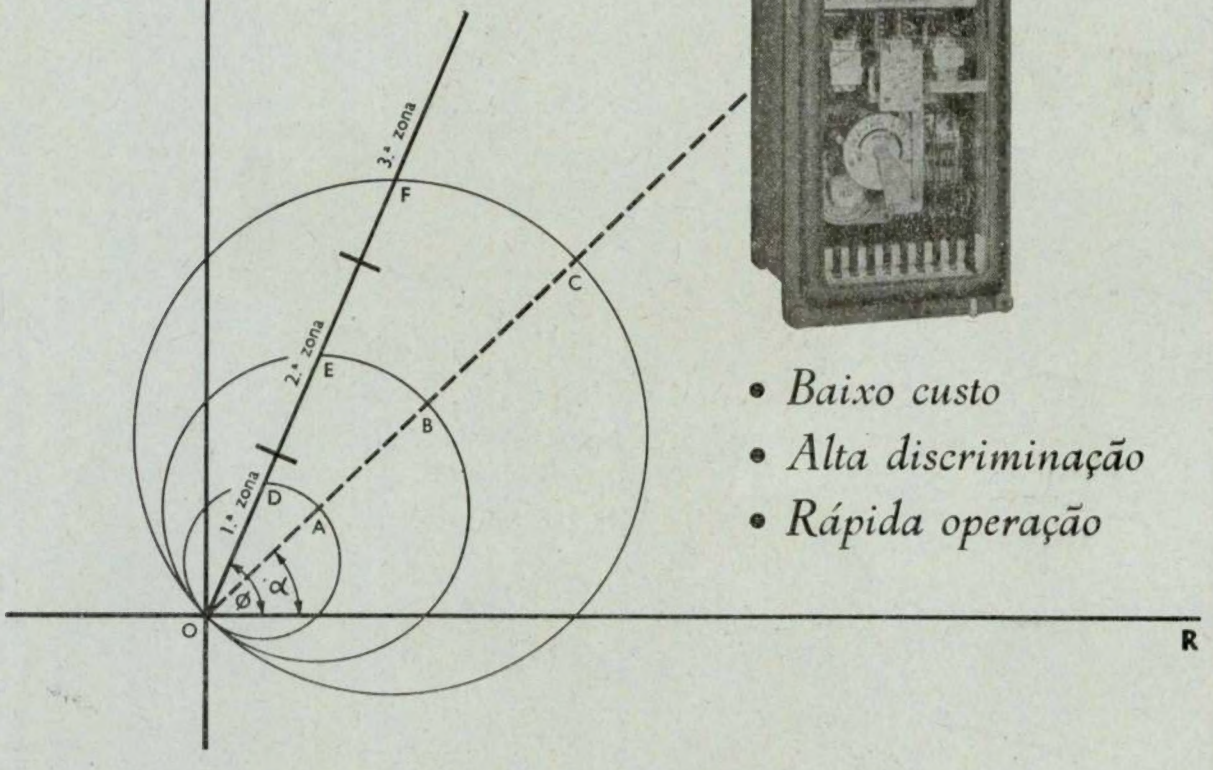
LUANDA PORTO LOURENÇO MARQUES

Válvulas de cunha, para vapor
Placas de obturação articuladas sobre uma esfera. Estanqueidade permanente
1 Válvulas de passagem
Sede de estanqueidade e haste de aço inoxidável
2 Válvulas para matérias pastosas
Sem necessidade de conservação (sem prensas-estopa nem tampas de limpeza)
3 Válvulas de sede oblíqua
para ácidos. Liga cromo-niquel-molibdeno
4 Válvulas de membrana de borracha
Sem prensa-estopa
5 Válvulas de macho
Com elevada resistência aos ácidos
6 Válvula de cunha. Sem prensa-estopa
à frente no progresso da construção de válvulas
DE ROLL
Klus (Suiça)
Representantes em Portugal:
Socotel, Lda.
Rua Sá da Bandeira, 651-4°, Porto
Tel. 27013
1
2
3
4
5
6

Protecção de distância tipo SSM3V



- *Fácil aplicação*
- *Construção simples*
- *Dimensões reduzidas*



- *Baixo custo*
- *Alta discriminação*
- *Rápida operação*

'ENGLISH ELECTRIC'

ENGLISH ELÉCTRICA DE PORTUGAL, LIMITADA
Rua Cascais, 47 (Alcântara) — LISBOA 3

Standard Electrica S.A.R.L.

Associada da

INTERNATIONAL TELEPHONE AND TELEGRAPH CORPORATION

DE NOVA YORK

TELECOMUNICAÇÕES

ELECTRÓNICA

AV. DA INDIA — LISBOA

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 32 04 64 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

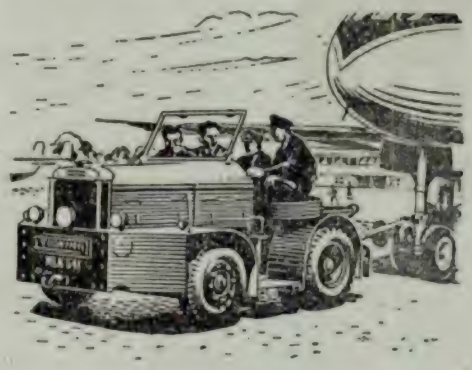
CAVAN

SOCIEDADE PORTUGUESA

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS
MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA
MANILHAS PARA ESGOTOS

RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A
TELEF. 47812-50129
LISBOA



MERCURY

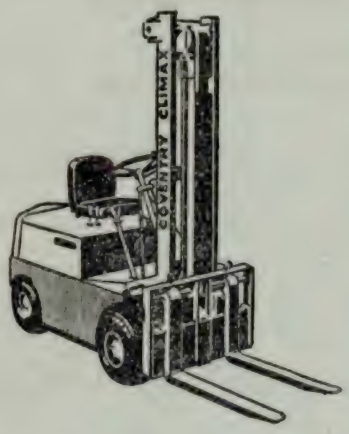
TRACTORES INDUSTRIAIS

Capacidades de reboque
até 300 Ton

COLES

GUINDASTES MÓVEIS

Capacidades até 60 Ton



Coventry Climax

EMPILHADORES

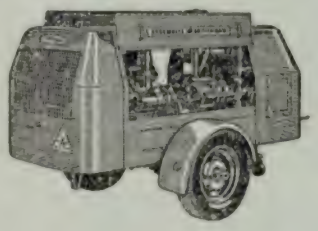
ELÉCTRICOS DIESEL GASOLINA

Capacidades até 3 Ton

"BROOMWADE"

COMPRESSORES

PORTÁTEIS E FIXOS
ROTATIVOS E ALTERNATIVOS
E FERRAMENTAS PNEUMÁTICAS



GUEDES & ALMEIDA, LDA. • R. S. Nicolau, 71-4.º — Tel. 32 50 80 • LISBOA 2

Celulite

ISOLAMENTO TÉRMICO DAS CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS

*

TECTOS

*

PAREDES

*

CÂMARAS FRIGORÍFICAS

*

ISOLAMENTOS INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. ✦ RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º ✦ TEL. 73 01 56 — LISBOA

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA

TELEF. 73 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS

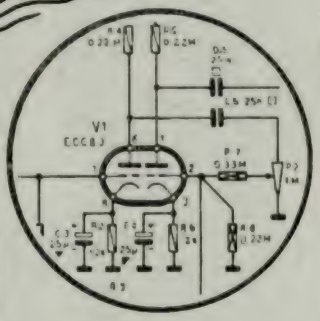
IMPERMEABILISADOR

IMEPA

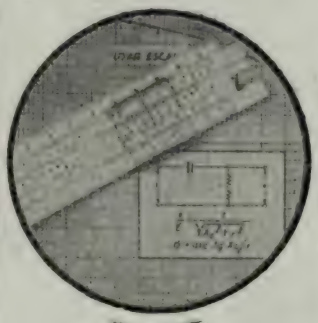
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º - LISBOA

FÁBRICA EM SACAVÉM

EQUIPAMENTO DE AMPLIFICAÇÃO DE LUM



CONCEBID BEM CALCULAD CONSTRUID



LESA

A grande marca italiana

Representantes em Portugal

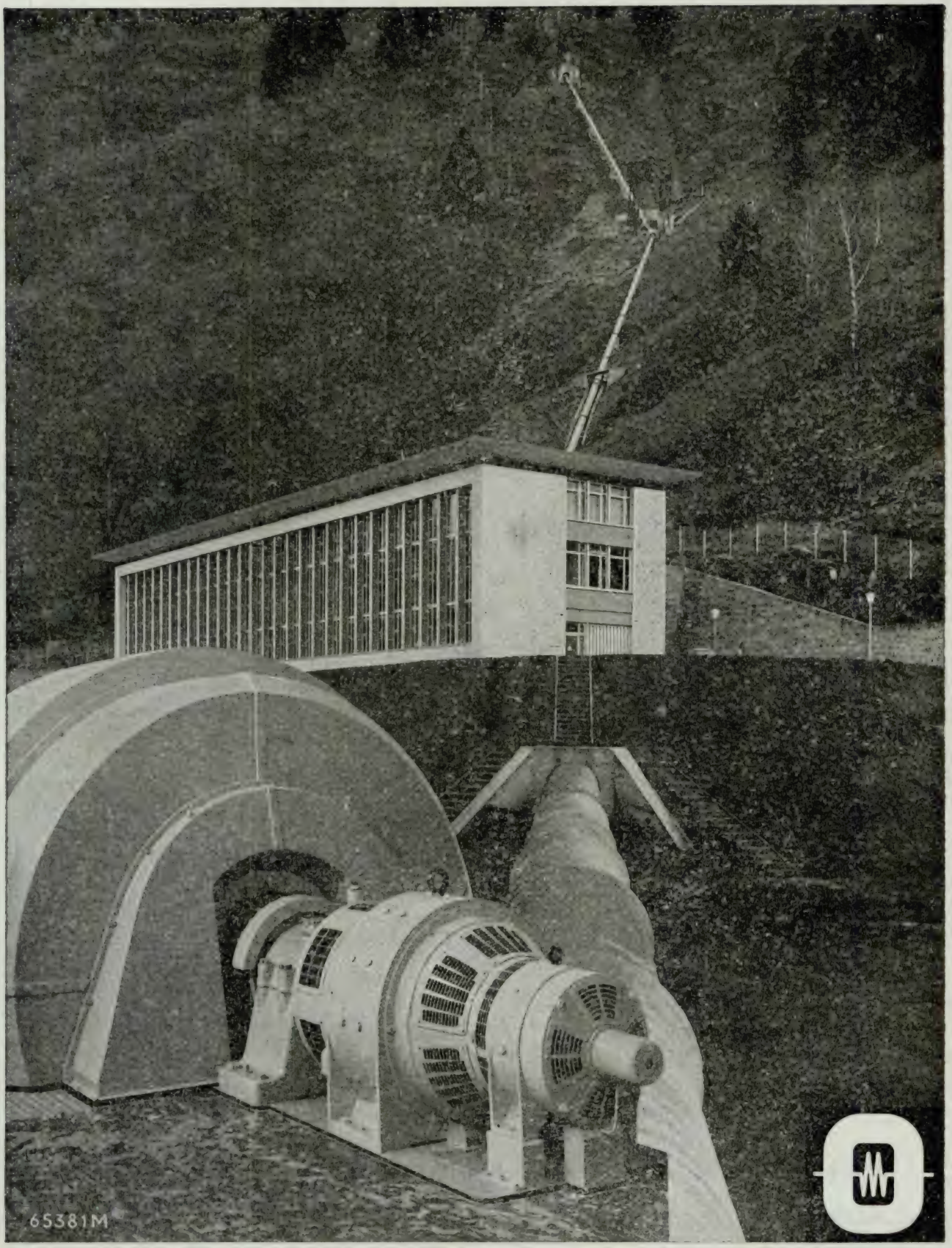
TELECTRA

EMPRESA TÉCNICA DE EQUIPAMENTOS ELÉCTRICOS, S. A. R. L.

Rua Rodrigo da Fonseca, 103, r/c
LISBOA — Tel. 68 60 72

Rua Sá da Bandeira, 766-1.º E.
Tel. 2 48 18 — PORTO

Ateliers de Construction Oerlikon • Zurich 50



Para a Central de Lostallo/Mesolcina, OERLIKON forneceu o equipamento eléctrico completo, que compreende 2 alternadores de 13.750 kVA cada um, os transformadores, a subestação exterior e os quadros de comando

Representante para Portugal e Ultramar: **Sociedade Michaëlis de Vasconcelos, Lda.**

PORTO — Pr. da Liberdade, 114 LISBOA — Av. Marquês de Tomar, 94

TÉCNICA

CORPO REDATORIAL: J. M. VIEGAS GONÇALVES, A. ROMÃO DIAS, J. F. GOMES DE PINA, A. ALVES MACEDO, A. M. L. ESTEVES BRINCA

Ano XXXVII — N.º 321 Outubro de 1962

C. D. U. 621.39.004

Projecção das Telecomunicações no domínio da Engenharia

Oração de sapiência proferida pelo Prof. Engenheiro Manuel José de Abreu Faro, em 23 de Outubro de 1962

Senhor Presidente da República, Senhores Ministros, Senhores Subsecretários, Senhor Presidente do Instituto de Alta Cultura, Senhores Reitores, Senhores Directores, Senhores Professores, Caros Colegas, Senhores Alunos, Minhas Senhoras e Meus Senhores.

Antes de iniciar a exposição que me proponho fazer, desejo agradecer ao Conselho Escolar da minha Escola a honra que me deu designando-me para falar, hoje, nesta sessão.

Ocupa-se a presente exposição, da matéria que está a meu cargo ensinar no Instituto Superior Técnico; o objectivo é esclarecê-la e dar-lhe um sentido de utilidade.

* * *

Com um gesto simples a que deu significado iniciou o homem primitivo um processo de comunicação. Fazendo corresponder ao envio de qualquer objecto, uma dada notícia, desejo ou ordem tomou consciência do processo informativo.

Estes factos não constam na história dos homens mas é lícito supô-los na história do Homem.

Mais próximo dos nossos tempos sabemos como Roma, utilizando fogos significativos, se informava sobre o seu império.

O homem evidencia assim uma capacidade que é característica fundamental da sua natureza superior: a da criação de processos artificiais de comunicação que ampliam as possibilidades naturais de que foi dotado — os seus sentidos.

Nos fins do século XVIII o estudo dos fenómenos eléctrico e magnético motiva a concepção de diversas formas de telegrafia.

É, no entanto, o fenómeno electromagnético descoberto e estudado no século XIX que desencadeia uma sucessão notável de invenções: telégrafo electromagnético, telefone electromagnético e finalmente a comunicação por ondas hertzianas.

No limiar deste século surge o tubo electrónico, elemento fundamental na estruturação dos modernos sistemas de telecomunicação.

Duas grandes guerras motivaram progressos quase descontínuos nas telecomunicações.

Desses males ficou-nos uma herança tecnológica plena de consequências, aliciante de possibilidades.

A Física do Estado Gasoso e a Física do Estado Sólido caracterizam a fase tecnológica da Electrónica e consequentemente das Telecomunicações dos nossos dias.

* * *

Estes factos sucintamente narrados traduzem a evolução tecnológica do processo informativo mas não nos dizem nada sobre análise intrínseca do mesmo.

Nas formas primitivas de comunicação utilizou-se sempre e fundamentalmente um telégrafo.

Nos formas modernas foi-se mais longe. O objectivo fundamental foi a reprodução. Simular aquilo que, pelas nossas possibilidades, só podíamos observar na vizinhança imediata da nossa situação no espaço e no tempo.

Transmitindo, memorizando e transmitindo conseguiu-se esse objectivo de reproduzir, fazer igual, noutra época, noutro lugar. Conseguiu-se para a palavra, para o som, para a fotografia, para a imagem viva.

O que havia de comum em tudo isto escapou até ao homem dos nossos dias.

Trabalhos precussores de Nyquist — 1924, Hartley — 1928, aproximaram-nos da essência do fenómeno; mas a primeira análise completa do processo informativo deve-se a Shannon que em 1948 publicou a Teoria Matemática da Comunicação. É o trabalho básico, fundamental, da Teoria da Informação.

A partir desse momento a informação ganha materialidade. A característica comum aos diversos processos informativos é a transmissão de quantidade de informação.

Associa-se assim a qualquer notícia uma quantidade de informação recebida, que é tanto maior quanto mais improvável for o acontecimento que verificamos.

Mais concretamente a quantidade de informação recebida é igual ao grau de incerteza que mantemos perante a ocorrência de um dado facto.

Vale neste momento uma reflexão que resulta da dúvida que se pode pôr na fidelidade do canal que nos transmitiu a informação: o canal de informação.

Na realidade, o canal está sujeito a perturbações que genèricamente designamos por ruído.

O ruído é uma característica intrínseca dos meios de transmissão, resulta fundamentalmente do carácter quântico da matéria e das correntes eléctricas que se constituem nos tubos eléctrónicos, nos transistores, etc.

Este ruído, felizmente, rege-se por leis de probabilidades, exibe uma estatística.

Isto permite conhecer a probabilidade de um erro e permite estabelecer uma relação fundamental que rege a comunicação através dum canal com ruído. A quantidade de informação efectivamente recebida é agora definida pela diferença entre os graus de incerteza que se mantêm respectivamente antes e depois da ocorrência.

Esta relação essencial permite estruturar a Teoria da Informação cujas potencialidades são as seguintes:

Análise do processo informativo em elementos fundamentais: fonte de informação, canal de informação, destinatário, etc.

Introdução de um conceito de medida de informação.

Estabelecimento de um conjunto de teoremas fundamentais que permitem determinar o rendimento dos canais que exploramos, nos indicam o sentido da melhoria e asseguram finalmente limites que é inútil tentar ultrapassar.

O resultado fundamental da Teoria da Informação é aquele que nos garante, em presença do ruído, a possibilidade de ligações com uma frequência de erros arbitràriamente pequena.

O conceito de informação generaliza-se. À Teoria de Informação associam-se hoje os seguintes quatro problemas fundamentais de comunicação:

1 — Em que medida os sinais portadores de informação são correctamente transmitidos? — É o problema técnico, aquele que preocupa o engenheiro de telecomunicações que alheio ao conteúdo informativo se preocupa fundamentalmente com uma transmissão de boa qualidade.

2 — Qual o significado do registo finito da lei de variação de determinada grandeza física?
Que informação se pode tirar desse registo sobre a história do fenómeno incluindo o seu futuro? É um problema de interpretação do sinal. Está directamente ligado ao problema de extracção de informação de registos ou séries cronológicas e por último à predição.

3 — Em que medida a mensagem transmitida traduz aquilo que se desejava? É um problema de semântica. Estuda a relação entre o significado atribuído e o significado dado pelo destinatário.

4 — Qual é a acção total da mensagem sobre o destinatário? A consideração de todas as repercussões da mensagem é um problema complexo que se situa no domínio da estética, mas que também se estuda a esta luz.

Com a Teoria da Informação as Telecomunicações adquiriram a sua maturidade filosófica.

Os seus objectivos ficam bem definidos: transmitir informação.

A acção do engenheiro de Telecomunicações ganha também um significado exacto: consistirá essencialmente em estabelecer e dar assistência ao processo informativo.

As Telecomunicações mantêm objectivos que são independentes do suporte material do processo informativo e dos meios e técnicas de que uma dada época se socorre.

Esta a característica fundamental das Telecomunicações.

Este facto está na base da Teoria da Informação e tem um significado profundo.

É em última análise um convite à concepção de novos sistemas e a afirmação dum estímulo que é motivação de novas técnicas, de nova indústria.

Seria ingratidão limitar-mo-nos a esta ordenação dos factos. Na realidade as Telecomunicações devem muito às outras ciências que foram as grandes inspiradoras dos canais de transmissão que utiliza. Efectivamente estão na base das Telecomunicações nomeada e principalmente: a Física, a Electrónica, a Química e a Metalurgia. Uma indústria de Telecomunicações pressupõe automàticamente a existência de laboratórios e de técnicas delicadas nestes quatro domínios, sem o que se terá que limitar ao campo restrito das montagens de componentes o que, exceptuando um trabalho original de concepção que possa existir, é evidentemente pouco.

A existência duma Teoria da Informação traduz uma potencialidade enorme.

Teoria significa ordem. Só da teoria resulta a regra razoável e, contra o que muitos supõem, nada de mais objectivo que uma teoria.

Esta, a da Informação, começou quase hoje, pertence ao futuro e ainda só é sentida e usada por aqueles poucos que o preparam.

Existem outras directamente ligadas ao problema tecnológico fundamental — transmissão correcta dos sinais portadores de informação — que estão mais próximos da realidade e cuja necessidade é mais que indiscutível, é imperiosa.

* * *

A este nível o engenheiro alheia-se do conteúdo informativo interessando-se principalmente pela correcta transmissão dos sinais portadores de informação.

A entidade fundamental deste processo é o sinal e o problema básico e comum a todos os processos é a sua recuperação. No meio onde se propaga, nas sucessivas transferências e tratamentos por que passa, o sinal sofre sempre uma distorção resultante das naturais insuficiências do canal de transmissão. Atenua-se devido à existência de perdas ou simplesmente por característica intrínseca da radiação. Altera-se de modo imprevisível pela acção do ruído que fatalmente se lhe adiciona.

Isto significa que jamais se recupera exactamente e ùnicamente aquilo que se emitiu.

A qualidade de transmissão impõe as tolerâncias de distorção admissível. Quanto ao ruído, a técnica corrente, a base clássica em que se trabalha consiste em garantir uma intensidade de sinal suficientemente grande em relação à intensidade do ruído. A qualidade de transmissão e dum modo geral a natureza do serviço determinam o mínimo suficiente para a relação sinal-ruído.

Modernamente e para fins especiais usam-se técnicas que permitem recuperar sinais de nível muito inferior ao do ruído.

O sinal tem dimensões. Ocupa espaço.

Por um lado temos uma dimensão directamente relacionada com a intensidade da grandeza física em que o sinal se suporta: medidas de pressão e velocidade para sinais acústicos, medidas de intensidade de campo ou tensão e corrente para sinais electromagnéticos. Destas podem-se definir outras tais como conteúdo energético, potência, espectro de potência, etc.

Por outro lado, temos a ocupação do sinal no espaço tempo-frequência.

A ocupação da variável tempo corresponde à época utilizada para a transmissão. A ocupação no domínio da frequência está directamente relacionada com a lei de variação do sinal no tempo. Dum modo sucinto podemos dizer que à existência de leis de variação lenta corresponde uma ocupação das baixas frequências enquanto que leis rápidas implicam a existência de frequências elevadas. Embora teòricamente um sinal que se inicie numa dada época ocupe necessàriamente todo o espectro de frequências, pràticamente podemos dizer que dentro de certa tolerância todos os sinais se confinam a uma banda finita de frequências.

Neste critério, o sinal projecta-se no espaço tempo-frequência segundo um rectângulo de dimensões finitas.

Para que se possa recuperar um sinal dum meio onde coexiste com outros é suficiente que os rectângulos que traduzem as correspondentes ocupações no espaço tempo-frequência não se sobreponham e que existam canais — filtros generalizados — capazes de seleccionar do conjunto um desses rectângulos.

Exploram-se actualmente duas grandes técnicas:

Método da divisão na frequência. Método da divisão no tempo.

Modulando oscilações sinusoidais pelos sinais, concentramos o espectro na vizinhança da frequência da oscilação modulada-portadora. Espaçando as portadoras os canais ficam separados na frequência.

Modulando sucessões de impulsos fica-nos livre, no tempo, o intervalo entre impulsos consecutivos. Podemos entrelaçar uma sucessão com outra ou várias e assim os canais ficam separados no tempo.

A este nível podemos dizer que as telecomunicações dependem, no aspecto concepção, do modo como o homem sabe utilizar o espaço tempo-frequência.

Tècnicamente e em relação a um dado método o progresso depende do modo como o homem sabe pràticamente definir pontos que, em última análise, definem domínios no espaço tempo-frequência.

Isto significa em relação ao método da divisão na frequência — estabilidade de frequência.

Em relação ao método de divisão do tempo — garantia de sincronismo, definição exacta e precisa de épocas de início e extinção de impulsos.

Tudo isto a um nível suficiente de potência e com possibilidade de amplificação.

Para transmitir um sinal é necessário que o canal de transmissão seja o que convém à dimensionalidade do sinal.

Numa atitude clássica e corrente garante-se que o canal comporte exactamente as dimensões no tempo e na frequência o que é imprescindível para a correcta reprodução dos sinais.

Como forma intermédia seria suficiente, também se usa, garantir apenas a área do rectângulo.

A Teoria de Informação diz-nos que, mesmo que o canal tenha uma janela tempo-frequência inferior à ocupação tempo-frequência do sinal, é possível escoar por ela todo o conteúdo informativo; haverá evidentemente que mudar de forma e recorrer à outra dimensão utilizando uma relação sinal-ruído suficiente. Esta afirmação baseia-se no teorema fundamental de Shannon e no teorema de Palley-Wiener que demonstra a impossibilidade de existência de filtros ideais.

Evidentemente que se usarão por muitos anos e talvez sempre os métodos já estabelecidos; mas os resultados obtidos a partir da Teoria da Informação e Análise do Sinal abrem muitas e novas possibilidades e, a experiência de hoje já o testemunha, depararemos no futuro com problemas de comunicação, transmissão de sinais e dum modo geral, extracção de informação que estimularão e levarão à aplicação dos conhecimentos teóricos actuais.

* * *

Evidentemente que à exploração do espaço tempo-frequência está ligada a efectiva utilização desse domínio por meio de uma tecnologia conveniente.

A tendência é utilizar um espectro cada vez mais largo de frequência e no tempo utilizar impulsos de duração cada vez menor.

Porquê? A resposta é simples. Resulta das características do sinal, das suas dimensões e do facto, quase evidente, de o conteúdo informativo ser função crescente do volume do sinal (Intensidade — ocupação tempo-frequência).

Usando portadoras cada vez mais elevadas as bandas que podemos utilizar são cada vez maiores, pois em valor relativo continuam pequenas. Isto significa maior número de canais por portadora.

Por outro lado, utilizando impulsos cada vez mais curtos e atribuindo a cada impulso uma unidade de informação concluiu-se imediatamente que, num dado intervalo de tempo, poderemos enviar maior quantidade de informação.

Hoje dominam-se as ondas milimétricas 30.000 MH_z a 300.000 MH_z e geram-se, medem-se e dominam se impulsos com a duração de 10^{-9} seg (1 nanoseg). São padrões da nossa época.

A efectiva utilização deste espaço traduz um progresso extraordinário da Electrónica que nos dá os meios de construir geradores estáveis e de potência suficiente, amplificadores capazes de actuarem nestas condições extremas, sistemas materiais capazes de trabalharem nestas frequências, unidades funcionais capazes de se resolverem em tão curto espaço de tempo.

Ainda dentro de uma linha geral de pensamento podemos, no que respeita ao processo informativo, isolar dois aspectos diferentes a que correspondem problemas tecnológicos distintos mas igualmente delicados.

Por um lado temos o problema das grandes distâncias, é talvez o mais sugestivo na medida em que, pela sua resolução, se ampliam as nossas naturais possibilidades. Conduz, em última análise, ao dimensionamento de emissores com potência suficiente depois de, imposta uma determinada relação sinal-ruído, se terem esgotado as possibilidades, o partido que podemos tirar duma:

Escolha criteriosa do modo de propagação
Escolha do sistema de modulação
Dimensionamento de antenas
Construção de receptores de alta sensibilidade (baixo factor de ruído).

Outro problema é aquele em que, resolvido o primeiro ou utilizando comunicações guiadas por cabos entre dois pontos a distâncias não muito longas, temos que repartir essas comunicações por um número elevado de destinatários.

Ou ainda o vulgar, mas bem complexo problema de manter comunicações telefónicas numa grande cidade.

São problemas individualmente simples e cuja dificuldade provém da multiplicidade interessada.

Também aqui se tem progredido muito e também aqui a técnica dos impulsos e a electrónica, nomeadamente a dos tubos com gás e semicondutores poderão conduzir a altos benefícios — a comutação electrónica.

* * *

Definidos os objectivos das Telecomunicações é fácil definir o seu domínio de utilidade.

A existência de um processo informativo ou a vantagem do seu estabelecimento reduzem-se em última análise a problemas das Telecomunicações e quase sempre também a problemas da Electrónica.

A característica comum a todos os problemas de Engenharia é atingir o domínio dos fenómenos que, propositadamente e com um fim útil, desencadeamos. Garantir a estabilidade do que concebemos e realizamos. Finalmente proteger as nossas obras.

Com estas finalidades cada vez se recorre mais à experiência, à medida, à verificação.

O estabelecimento de técnicas que nos permitam atingir estabilidade técnico-económica dos processos de produção cada vez exigem mais o emprego de automatismo, servomecanismos, etc., com todo o cortejo de problemas associados: tempos de resposta, estabilidade, registo, operações lógicas, etc.

Os ensaios em modelo reduzido exigem a concepção de transdutores, cada vez mais numerosos. O número elevadíssimo de observações que há que realizar exige o emprego de vários canais, põe problemas de comutação.

Observações feitas em lugares distantes dos gabinetes de estudo, dos laboratórios, põem problemas de registo, memorização em suma.

Observações que se devem fazer em lugares inacessíveis ao homem ou perigosos para ele, põe problemas de telemedida, televisão, etc.

A segurança das grandes obras exige que se concebam sistemas de verificação que permitam em qualquer momento auscultá-las.

Cálculos numerosos, a partir de sucessões cronológicas de dados, põem problemas de codificação para a imediata e directa alimentação de computadores electrónicos devidamente programados.

O estudo do ruído e dum modo geral da análise dos sinais revelam-se utilíssimos em todos os domínios, detectando frequências próprias, medindo espectros de potência, estabelecendo correlações, etc.

A aparelhagem electrónica invade os laboratórios e através dela e por seu intermédio escoa-se informação às vezes em curtas distâncias, alguns metros ou menos do que isso. O esquema funcional mostra, no entanto, que estamos em presença dum sistema completo de telecomunicações.

Deste modo o engenheiro electrotécnico de correntes fracas é cada vez mais solicitado para assistir e conceber sistemas específicos para dado fim, mas que em última análise utilizam os resultados estabelecidos pelas Telecomunicações e pela Electrónica.

Independentemente daquilo que habitualmente se entende por comunicações e que, passe o lugar comum, constituem o sistema nervoso de uma nação, as Telecomunicações têm um domínio de utilidade que excede o da electrotecnia.

Por outro lado, na Electrotecnia as Telecomunicações representam para além da utilidade decorrente dos seus objectivos, um motivo forte de nova indústria.

As Telecomunicações e a Electrónica representam domínios onde é ainda possível alinhar porque exactamente são ciências dos nossos dias. Representam uma oportunidade que não se deve esquecer.

Estas palavras não traduzem uma hipertrofia que seria lógica ou pelo menos perdoável num professor de telecomunicações mas a realidade testemunhada no exemplo de alguns países que não pertencendo à classe dos colossos se lançaram com felicidade na exploração deste filão.

* * *

Dois factos fundamentais ressaltam desta exposição, pelo menos assim o tentei.

Um é a importância das Telecomunicações, a sua projecção útil no domínio da Engenharia, outro o estado avançado que se atingiu no conhecimento e análise do processo informativo.

A esta ciência própria das Telecomunicações outra se junta que também se conhece bem e que serve directamente o problema tecnológico de estabelecer comunicações.

Pode-se fazer hoje de modo simples e correcto, uma teoria unificada das antenas, uma teoria unificada da propagação das ondas electromagnéticas na atmosfera e na exosfera, uma teoria unificada da amplificação, uma teoria unificada do ruído, etc.

De tudo isto resulta a possibilidade de justificar razoàvelmente, de estudar e comparar cientìficamente, e em muitos casos quantitativamente de modo exacto os diversos sistemas de telecomunicações.

Quando para atingir um objectivo existe entre outros um caminho científico supomos que não há lugar para hesitação possível.

Precisamos de técnicos a todos os níveis mas para aqueles que saírem da Universidade só uma atitude lhes é lícita: a científica. E se o domínio que os interessa não atingiu ainda essa fase, é dever de todo aquele que tem formação universitária tentar estabelecer o método científico. O mínimo que se lhe exige é que tome uma atitude científica.

Todas as matérias indicadas são do maior interesse e actualidade, e sendo de hoje não podem ser simples pois reflectem em si toda a ciência.

A literatura é abundante, altamente especializada e a iniciação pelo livro é quase sempre dura, e por vezes, o que é pior, desencorajante.

Só uma pessoa é capaz de resolver este problema: o professor.

Não me esqueço, aqui, da formação, dos ensinamentos que o engenheiro recebe dos mais velhos, dos resultados adquiridos no local onde trabalha. Seria ingratidão e pretencioso. Mas quero significar que é fundamental que paralelamente ao ensino universitário se ensine por toda a parte, não ao acaso, mas com o fim bem determinado de ensinar.

Haverá sempre quem goste de ensinar e que para além do gosto pela sua missão específica encontra razões superiores para o fazer: o generoso dever de dar, a suprema obrigação de continuar.

Mas não basta ensinar, não basta dizer como é.

É necessário que se assista de perto aos primeiros passos, que se assista à primeira utilização dos conhecimentos.

Alguns me dirão que é essa a finalidade dos trabalhos escolares de laboratório e de projecto. Muito importantes sem dúvida, mas insuficientes para atingir uma actividade que considero fundamental: a investigação científica.

É preciso pois que na escola, possìvelmente para obter um grau académico, se introduzam trabalhos sob a forma de temas de investigação científica. É preciso que alguns saiam da escola com a prática da investigação.

É minha convicção que este é o melhor caminho para introduzir de facto a investigação científica na Universidade.

Mas isto ainda é insuficiente, é necessário pensar nos meios de estudo, no livro.

É escassa a literatura técnica em português, a todos os níveis. E em todos os níveis é bem necessária.

Só em português, com a nossa língua e o nosso pensamento podemos transmitir aos portugueses as nossas ideias.

É necessário que para além da notícia, da comunicação científica se publique o texto de estudo, a monografia, o livro técnico com ensinamentos e regras, a simples divulgação bem feita.

É necessário que estes livros não sejam traduções mas sim o resultado do pensamento, duma elaboração portuguesa.

* * *

É costume terminar estas orações com uma bela frase, é um geito nosso, português, de que não me envergonho. A minha poderá não ser bela mas sinto-a profundamente.

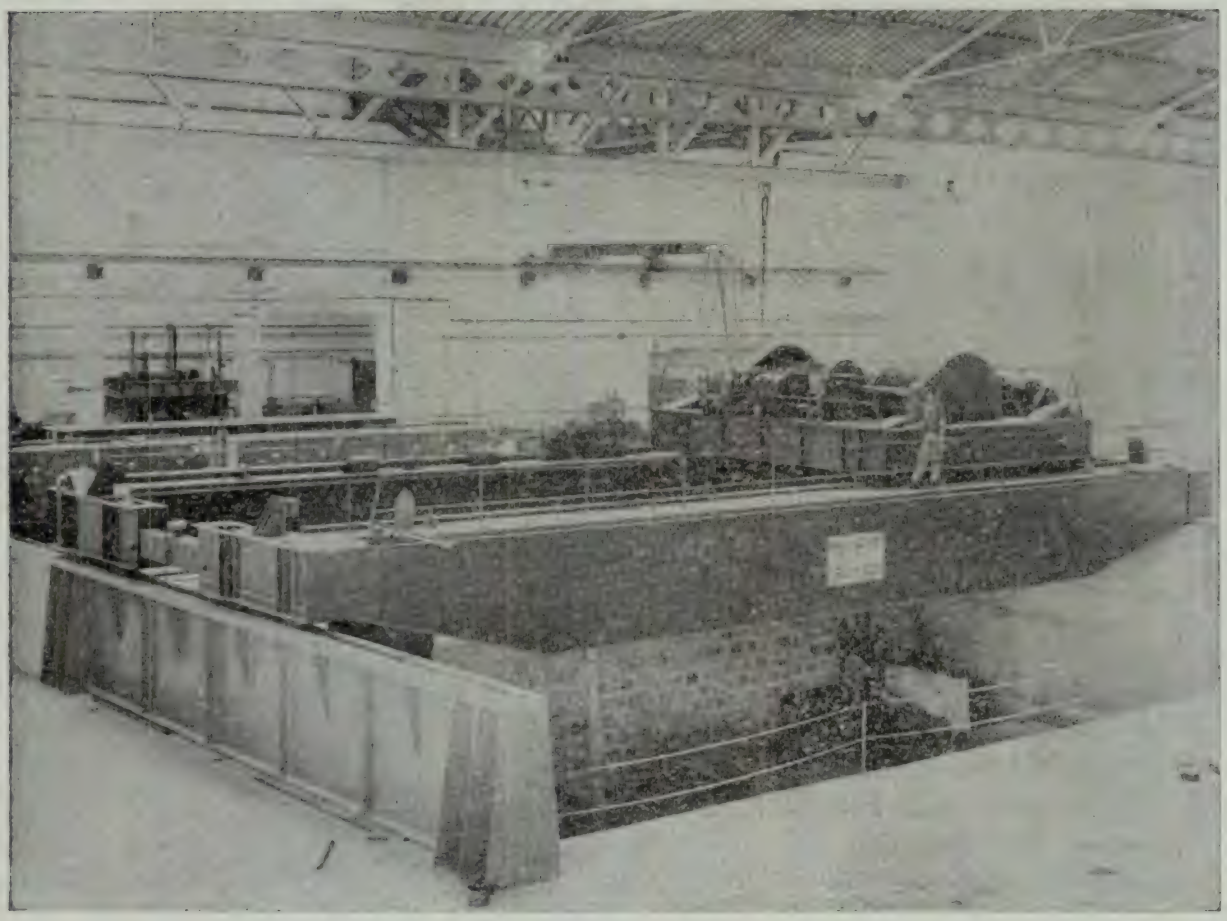
E assim por último direi que nós os portugueses que pela profissão que escolhemos nos debruçamos sobre a ciência e as suas aplicações, temos uma dívida grande para com um dos maiores portugueses da nossa História: Camões. A dívida, no meu entender, é esta: exprimir a ciência dos nossos dias na bela língua que ele nos fixou.

MAGUE

CONSTRUÇÕES METALO-MECÂNICAS MAGUE, L.DA

(S. E. MONIZ DA MAIA & VAZ GUEDES, L.DA)

Alverca — Portugal



Ensaio em Fábrica de uma das duas pontes rolantes eléctricas de 190 t-12 t/18,7 m destinadas à Central Hidroeléctrica de Bemposta

•

PROJECTO E FABRICO DE

PONTES ROLANTES
GUINDASTES
GRUAS. DERRICKS E GUINCHOS
APARELHOS DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS
CONSTRUÇÕES METÁLICAS PESADAS

PREPARAÇÃO

ESPECIALIZADA

DE

RODA

DE

TURBINA

AÇOS VAZADOS • FERROS FUNDIDOS
MECÂNICA MÉDIA E PESADA
CONSTRUÇÕES METÁLICAS

comportas
turbinas
condutas forçadas
reservatórios sob pressão
permutadores de calor

REDUTORES DE VELOCIDADE

DIVISÃO METALO-MECÂNICA

COMPANHIA UNIÃO FABRIL

AV. 24 DE JULHO, 170 — LISBOA 2 — TELEFONES 67 04 21 E 67 20 61 — TELEGRAMAS: METALOFABRIL

C. D. U. 512.972 : 516

Matrizes e tensores em geometria analítica de R^3

POR F. R. DIAS AGUDO

Doutor em Ciências Matemáticas (U. L.) e Eng.º Civil (I. S. T.)
Primeiro Assistente da Faculdade de Ciências de Lisboa e Encarregado de Regência no Instituto Superior Técnico
Bolseiro do I. A. C. — C. E. E. N.

Já em artigo anterior (1) mostrámos como a álgebra das matrizes permite generalizar com facilidade alguns resultados clássicos da teoria das quádricas a sistemas de referência não ortogonais e de modo perfeitamente acessível a alunos que pela primeira vez tomam contacto com a geometria analítica tridimensional. Da mesma forma, os conhecidos problemas métricos sobre recta e plano que é usual tratar pressupondo os triedros de referência triortogonais podem muito bem libertar-se desta restrição *sem acréscimo de dificuldade* como vamos mostrar seguidamente.

Fixando um sistema de referência $OXYZ \equiv O X_1 X_2 X_3$, de versores $\mathbf{e}_1\ \mathbf{e}_2\ \mathbf{e}_3$, designe G a matriz de elemento genérico $g_{ij} = \mathbf{e}_i \mid \mathbf{e}_j = \cos(OX_i, OX_j)$ (conhecida por matriz da métrica).

O ângulo de dois vectores $\mathbf{x} = \Sigma x_i \mathbf{e}_i$ e $\mathbf{y} = \Sigma y_i \mathbf{e}_i$, também representáveis pelas matrizes colunas $X = \{x_1 x_2 x_3\}$ e $Y = \{y_1 y_2 y_3\}$, calcula-se imediatamente a partir do produto interno, agora dado por

$$\mathbf{x} \mid \mathbf{y} = \sum_{i,j} g_{ij} x_i y_j = X^T G Y$$

de modo que

$$\cos(\widehat{\mathbf{x}, \mathbf{y}}) = \frac{X^T G Y}{(X^T G X)^{1/2} (Y^T G Y)^{1/2}}.$$

Com esta expressão fica logo resolvido o problema da determinação do *ângulo de duas rectas*

$$r \equiv \frac{x - x_0}{h} = \frac{y - y_0}{k} = \frac{z - z_0}{l}$$

e

$$s \equiv \frac{x - x_1}{h_1} = \frac{y - y_1}{k_1} = \frac{z - z_1}{l_1}$$

pois se tem $(\widehat{r, s}) = (\widehat{\mathbf{u}, \mathbf{v}})$ com $\mathbf{u} = h\,\mathbf{e}_1 + k\,\mathbf{e}_2 + l\,\mathbf{e}_3$ e $\mathbf{v} = h_1\,\mathbf{e}_1 + k_1\,\mathbf{e}_2 + l_1\,\mathbf{e}_3$

Para o *ângulo de dois planos* e *ângulo de uma recta com um plano* o fundamental é encontrar um vector que seja perpendicular a um plano de equação $Ax + By + Cz + D = 0$, pois que então os problemas anteriores se transportam para o ângulo de dois vectores já tratado.

Atendendo a que a equação do plano que passa por um ponto $P_0\ (x_0, y_0, z_0)$ e é perpendicular a um vector $\mathbf{w} = a\,\mathbf{e}_1 + b\,\mathbf{e}_2 + c\,\mathbf{e}_3$ se pode escrever

$$\mathbf{w} \mid (P - P_0) = 0,$$

ou seja

$$W^T G P + d = 0,$$

logo se conclui que $W = \{a\ b\ c\}$ será vector perpendicular ao plano $Ax + By + Cz + D = 0$ se

$$W^T G = [A\ B\ C]$$

ou seja

$$W = G^{-1} \{A\ B\ C\}\ (1).$$

O ângulo dos planos

$$\pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0$$

e

$$\pi' \equiv A'x + B'y + C'z + D' = 0$$

(1) «Técnica», n.º 313, Junho de 1961.

(1) O leitor familiarizado com a álgebra tensorial pode observar que este resultado indica que A, B, C são as componentes còvariantes de um vector perpendicular ao plano $Ax + By + Cz + D = 0$. Tais componentes são também as componentes contravariantes em sistemas de referência triortogonais. Os elementos de G^{-1} não são mais do que as componentes contravariantes do tensor métrico fundamental.

aparece assim dado por (1)

$$\cos(\widehat{\pi,\pi'}) = \cos(\widehat{\mathbf{w},\mathbf{w}'}) =$$

$$= \frac{[A\,B\,C]\,G^{-1}\{A'\,B'\,C'\}}{\left([A\,B\,C]G^{-1}\{ABC\}\right)^{1/2}\left([A'B'C']G^{-1}\{A'B'C'\}\right)^{1/2}}$$

e de modo análogo se pode calcular o ângulo de uma recta com um plano.

Em particular,

$$r \perp r' \iff [h\ k\ l]G\{h'\ k'\ l'\} = 0$$

$$\pi \perp \pi' \iff [A\,B\,C]G^{-1}\{A'\,B'\,C'\} = 0$$

$$r \perp \pi \iff \{A\,B\,C\} = \lambda\,G\{h\ k\ l\}$$

Quanto aos problemas que envolvem distâncias, temos:

a) *Distância* δ *entre* $P_1(x_1, y_1, z_1)$ *e* $P_2(x_2, y_2, z_2)$

$\delta = (P^T G P)^{1/2}$ com $P = \{x_2 - x_1\ \ y_2 - y_1\ \ z_2 - z_1\}$

b) *Distância* δ *de* $P_0(x_0, y_0, z_0)$ *a* $\pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0$

Com $W = G^{-1}\{A\ B\ C\}$ (portanto $\mathbf{w} \perp \pi$) e $M_1(x_1, y_1, z_1) \in \pi$ tem-se (à parte o sinal)

$$\delta = \text{proj}_{\mathbf{w}}\overrightarrow{M_1 P_0} = \frac{\mathbf{w} \mid \overrightarrow{M_1 P_0}}{|\mathbf{w}|} =$$

$$= \frac{[A\,B\,C]\,\{x_0 - x_1\ \ y_0 - y_1\ \ z_0 - z_1\}}{|\mathbf{w}|} =$$

$$= \frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{\left([A\,B\,C]\,G^{-1}\{A\,B\,C\}\right)^{1/2}}$$

c) *Distância* δ *de* $P_1(x_1, y_1, z_1)$ *a* $r \equiv \dfrac{x - x_0}{h} = \dfrac{y - y_0}{k} = \dfrac{z - z_0}{l}$

$\pi \equiv A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0$ é o plano que passa por P_1 e é perpendicular a r desde que se tome $\{A\ B\ C\} = \lambda G\{h\ k\ l\}$ com λ qualquer.

Determinando $P_2 \equiv r \cdot \pi$, será δ a distância entre P_1 e P_2.

Outro processo de determinar a distância consistirá em tomar $P_0(x_0, y_0, z_0) \in r$ e calcular

$$\delta = |\overrightarrow{P_0 P_1}|\ \text{sen}\ (\widehat{P_0 P_1, r}) =$$

$$= |\overrightarrow{P_0 P_1}|\,[1 - \cos^2(\widehat{P_0 P_1, r})]^{1/2} =$$

$$= \left\{P^T G P\left[1 - \frac{(P^T G\{h\ k\ l\})^2}{P^T G P\,[h\,k\,l]\,G\{h\,k\,l\}}\right]\right\}^{1/2} =$$

$$= \left[P^T G P - \frac{(P^T G\{h\ k\ l\})^2}{[h\ k\ l]\,G\{h\ k\ l\}}\right]^{1/2}$$

com $P = \{x_1 - x_0\ \ y_1 - y_0\ \ z_1 - z_0\}$ (1).

d) *Distância* δ *entre* $r \equiv \dfrac{x - x_0}{h} = \dfrac{y - y_0}{k} = \dfrac{z - z_0}{l}$

e $s \equiv \dfrac{x - x_1}{h_1} = \dfrac{y - y_1}{k_1} = \dfrac{z - z_1}{l_1}$

Se as rectas são paralelas, o problema reduz-se a c). Caso contrário procure-se um vector $\mathbf{w}$ perpendicular a $\mathbf{u} = h\,\mathbf{e}_1 + k\,\mathbf{e}_2 + l\,\mathbf{e}_3$ e $\mathbf{v} = h_1\,\mathbf{e}_1 + k_1\,\mathbf{e}_2 + l_1\,\mathbf{e}_3$ e calcule-se

$$\delta = \text{proj}_{\mathbf{w}}\ \overrightarrow{P_0 P_1} = \frac{\mathbf{w} \mid \overrightarrow{P_0 P_1}}{|\mathbf{w}|} =$$

$$= \frac{W^T G\ \{x_1 - x_0\ \ y_1 - y_0\ \ z_1 - z_0\}}{(W^T G W)^{1/2}}$$

Notando que a perpendicularidade de $\mathbf{w}$ em relação a $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ se traduz por

$$\begin{cases} W^T G U = 0 \\ W^T G V = 0 \end{cases}$$

---

(1) Designando A, B, C por $a_1\ a_2\ a_3$; etc., a expressão obtida toma a forma $\cos(\widehat{\pi,\pi'}) = \dfrac{g^{ij}\,a_i\,a'_j}{(g^{ij}\,a_i\,a_j)^{1/2}(g^{ij}\,a'_i\,a'_j)^{1/2}}$ bem conhecida da álgebra tensorial.

(1) A facilidade com que se obtém o produto externo de dois vectores em sistema triortogonal de referência permite resolver o problema muito mais fàcilmente quando $G = I$ a partir da igualdade $|\overrightarrow{P_0 P_1} \times \mathbf{u}| = |\mathbf{u}| \cdot \delta$ com $\mathbf{u} = h\,\mathbf{e}_1 + k\,\mathbf{e}_2 + l\,\mathbf{e}_3$. Mais adiante se adaptará também este raciocínio ao caso $G \neq I$.

e que, portanto, $W^T G = [a\ b\ c]$ se obtém a partir do sistema

$$\begin{cases} h\ a + k\ b + l\ c = 0 \\ h_1\ a + k_1\ b + l_1\ c = 0 \end{cases}$$

por regra bem conhecida, o problema fica simplificado com o uso da expressão

$$\delta = \frac{[a\ b\ c]\ \{x_1 - x_0\ \ y_1 - y_0\ \ z_1 - z_0\}}{([a\ b\ c]\ G^{-1}\ \{a\ b\ c\})^{1/2}}$$

OBSERVAÇÃO FINAL

Os dois últimos problemas costumam resolver-se em sistemas triortogonais recorrendo a propriedades do produto externo, pois na alínea c) se tem $|\mathbf{u} \times \overrightarrow{P_0 P_1}| = |\mathbf{u}| . \delta$ e na alínea d) $\delta = \text{proj}_{\mathbf{w}}\ \overrightarrow{P_0 P_1}$ com $\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}$.

Ora os mesmos raciocínios se podem seguir com sistemas de referência não ortogonais para o que basta ver como se devem calcular as coordenadas de um produto externo em sistema de referência definido pela matriz G.

Pondo

$$\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}'_3 = x\ \mathbf{e}_1 + y\ \mathbf{e}_2 + z\ \mathbf{e}_3$$

a definição do produto externo exige

$$[x\ y\ z]\ G\ \{1\ 0\ 0\} = 0 \text{ e } [x\ y\ z]\ G\ \{0\ 1\ 0\} = 0$$

(por ser $\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2$ perpendicular a $\mathbf{e}_1$ e $\mathbf{e}_2$) e $[x\ y\ z]\ G$ terá de ser da forma $[0\ 0\ c]$.

Por conseguinte,

$$\{x\ y\ z\} = G^{-1}\ \{0\ 0\ c\}$$

Atendendo ainda a que

$|\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2|^2 = \text{sen}^2\ (\widehat{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2}) = 1 - g^2_{12} = G_{33}$ (complemento algébrico de g_{33} em $|G| = \det G$), ou seja $[x\ y\ z]\ G\ \{x\ y\ z\} = G_{33}$, obtém-se $c^2 = |G|$.

O sentido de $\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2$ dá finalmente

$$c = +\sqrt{|G|}$$

e, portanto,

$$\{x\ y\ z\} = G^{-1}\ \{0\ 0\ \sqrt{|G|}\}^{(1)} = \frac{\text{adj } G}{\sqrt{|G|}}\ \{0\ 0\ 1\}$$

Da mesma forma $\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3 = \mathbf{e}'_1$ é dado pelo vector coluna $G^{-1}\ \{\sqrt{|G|}\ 0\ 0\}$ e $\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}'_2$ pelo vector $G^{-1}\ \{0\ \sqrt{|G|}\ 0\}$.

Em geral, se forem c_1, c_2, c_3, as coordenadas de $\mathbf{w} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = (\Sigma\ a_i\ \mathbf{e}_i) \times (\Sigma\ b_j\ \mathbf{e}_j)$ em base ortonormal será

$$\mathbf{w} = c_1\ \mathbf{e}'_1 + c_2\ \mathbf{e}'_2 + c_3\ \mathbf{e}'_3 = w_1\ \mathbf{e}_1 + w_2\ \mathbf{e}_2 + w_3\ \mathbf{e}_3$$

com

$$W = \{w_1\ w_2\ w_3\} = G^{-1}\ \{c_1\ c_2\ c_3\}\sqrt{|G|} = \frac{\text{adj } G}{\sqrt{|G|}}\ \{c_1\ c_2\ c_3\}^{(2)}$$

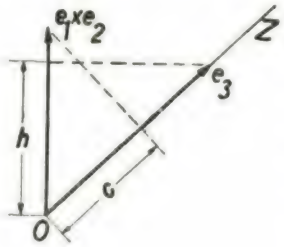
Posto isto, voltemos ao problema c) e à fórmula que o resolve, $|\overrightarrow{P_0 P_1} \times \mathbf{u}| = |\mathbf{u}| . \delta$.

Representando por c_1, c_2, c_3 as coordenadas

---

(1) Conclui-se assim que 0, 0, $\sqrt{|G|}$ são as componentes còvariantes de $\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2$.

Efectuando o produto interno $\mathbf{w}/\mathbf{e}_1$ o leitor pode verificar que as componentes còvariantes de qualquer vector $\mathbf{w}$ são as projecções ortogonais do vector sobre os eixos coordenados (e por isso se não distinguem das contravariantes em bases ortonormadas); e sabendo que $\sqrt{|G|}$ nos dá o volume do paralelipípedo definido por $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$ (ver Dias Agudo, F. R., *Introdução à Algebra Linear e Geometria Analítica*, pág. 155) chega-se directamente ao resultado obtido a partir de



$\sqrt{|G|} = |\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2| . h$ e $\dfrac{c}{|\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2|} = \dfrac{h}{1}$ (ver figura)

(2) Notar que c_1, c_2, c_3 são os «complementos algébricos» de $\mathbf{e}_1'\ \mathbf{e}_2'\ \mathbf{e}_3'$ no determinante simbólico $\mathbf{a} \times \mathbf{b} =$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1'\ \mathbf{e}_2'\ \mathbf{e}_3' \\ a_1\ \ a_2\ \ a_3 \\ b_1\ \ b_2\ \ b_3 \end{vmatrix}$$

que se obteriam para $\overrightarrow{P_0 P_1} \times \mathbf{u}$ *se o sistema de referência fosse ortogonal* será

$$W = G^{-1} \left\{ c_1 \; c_2 \; c_3 \right\} \sqrt{|G|}$$

o vector coluna que representa $\mathbf{w} = \overrightarrow{P_0 P_1} \times \mathbf{u}$ no sistema de referência a que o problema diz respeito.

E vem

$$\delta^2 = \frac{W^T G W}{U^T G U} = \frac{[c_1 \; c_2 \; c_3] \; G^{-1} \; |G| \; \{c_1 \; c_2 \; c_3\}}{[h \; k \; l] \; G \; \{h \; k \; l\}} =$$

$$= \frac{[c_1 \; c_2 \; c_3] \; \text{adj } G \; \{c_1 \; c_2 \; c_3\}}{[h \; k \; l] \; G \; \{h \; k \; l\}}$$

expressão mais simples do que a encontrada em c).

Para o problema d) podemos utilizar a fórmula $\delta = \text{proj}_{\mathbf{w}} \overrightarrow{P_0 P_1}$ com $\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}$.

E designando por a, b, c as coordenadas que se obteriam para $\mathbf{w}$ se o sistema fosse ortogonal vem

$$\delta = \frac{\mathbf{w} \mid \overrightarrow{P_0 P_1}}{|\mathbf{w}|} = \frac{\mathbf{u} \times \mathbf{v} \mid \overrightarrow{P_0 P_1}}{|\mathbf{w}|} =$$

$$= \frac{W^T G \left\{ x_1 - x_0 \; y_1 - y_0 \; z_1 - z_0 \right\}}{(W^T G W)^{1/2}} =$$

$$= \frac{[a \; b \; c] \left\{ x_1 - x_0 \; y_1 - y_0 \; z_1 - z_0 \right\} \sqrt{|G|}}{([a \; b \; c] \; G^{-1} \left\{ a \; b \; c \right\} \; |G|)^{1/2}} = \text{(1)}$$

$$= \frac{[a \; b \; c] \left\{ x_1 - x_0 \; y_1 - y_0 \; z_1 - z_0 \right\}}{([a \; b \; c] \; G^{-1} \left\{ a \; b \; c \right\})^{1/2}},$$

fórmula análoga à deduzida em d).

(1) Observar que o numerador é o produto misto dos três vectores $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ e $\overrightarrow{P_0 P_1}$. — Cf. Dias Agudo, F. R., obra citada, pg. 155, Ex. 11 e pg. 128, Ex. 4b.

A análise metalográfica de gusas

ERRATA

Pág.	Coluna	Linha	Onde se lê	Deve ler-se
Quadro I			compoição	composição
			$A > 0$	$A < 0$
			$A < 0$	$A > 0$
			1,6	1,7 S
			$- C\,Mn_3 \,.\, 0{,}05) \,.\, 1{,}5$	$- C\,Mn_3 \,.\, 0{,}07) \,.\, 15$
			$1{,}15\ (100 - 15\ C_1 -$	$1{,}15\ (100 - C_c -$
331	2	4	$\%\ Mn = 1{,}72\ \%\ S + 0{,}35\ \%$	$\%\ Mn = 1{,}72\ .\ \%\ S + 0{,}35\ \%$
334	2	última	$P = 0{,}78\ \%$	$P = 0{,}87\ \%$
335	1	16	$CFe_3 = 4{,}6\ \%$	$CFe_3 = 45\ \%$

CENTRO DE PROJECTOS

COLOCA A SUA EXPERIÊNCIA AO SERVIÇO DA INDÚSTRIA NACIONAL

NOVA FÁBRICA L E A TABAQUEIRA

COM SECTORES ESPECIALIZADOS DE

- ENGENHARIA CIVIL E ARQUITECTURA INDUSTRIAL
- ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE INSTRUMENTAÇÃO
- ENGENHARIA MECÂNICA
- ENGENHARIA QUÍMICA

OFICINA DE MODELOS REDUZIDOS

PROJECTO DE NOVAS UNIDADES	*REMODELAÇÃO* DE FÁBRICAS	*ASSISTÊNCIA* NA AQUISIÇÃO DE EQUIPAMENTO
DESDE OS ESTUDOS PRELIMINARES	COM VISTA A MELHORIA DE RENDIMENTO	ACTUANDO COMO CONSULTOR
AO ARRANQUE DA INSTALAÇÃO	AUMENTO DE CAPACIDADE	INSPECTOR

O CONJUNTO DE TÉCNICOS DE QUE DISPÕE, O APOIO DA LONGA EXPERIÊNCIA INDUSTRIAL DA COMPANHIA UNIÃO FABRIL NOS VÁRIOS RAMOS DA INDÚSTRIA E AINDA A COLABORAÇÃO COM FIRMAS ESTRANGEIRAS GARANTEM A QUALIDADE DAS REALIZAÇÕES QUE LHE FOREM ENTREGUES

EXPONHA OS SEUS PROBLEMAS E DIRIJA AS SUAS CONSULTAS A **CENTRO DE PROJECTOS CUF** AV. 24 DE JULHO, 170 TELEF. 67 20 61 LISBOA - PORTUGAL TELEG. PROFABRIL

CP-1

ESTAMPARIAS TINTURARIAS LAVANDARIAS

PARA OS VOSSOS TECIDOS TECNICOS:
TRANSPORTADORES MANKONS, LAPPING, WOLFRIES.
FLANELAS, CANEVAS, ETC.,

EM FIBRAS NATURAIS OU SINTÉTICAS

Consultem:

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEF.: 93
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

FLUIDO E MASTIC

IMPERMEABILIZAÇÕES

TORNA TUDO ESTANQUE

Impermeabilização e vedação perfeita de:

Terraços, Empenas, Algerozes, Clarabóias, Paredes húmidas, Coberturas, Fendas, Juntas de dilatação, etc., etc.

Fácil aplicação — Elasticidade excepcional
Não endurece nem apodrece

ROOFATEX **À base de borracha + alumínio**

Reforça a acção impermeabilizante do «Rubio», dando às construções um aspecto agradável — Protege todos os materiais contra a humidade, a ferrugem e a corrosão

RUBIO E ROOFATEX dois produtos que se completam

Representante Exclusivo: *Orlando Fernandes*

Rua Palmira, 46-A-B-C — LISBOA-1 — Telefs. 83 01 63 - 84 26 39 — End. teleg. «ORFER»

C. D. U. 621.385.3

A RELAÇÃO ENTRE A CORRENTE DE EMISSÃO E AS TENSÕES APLICADAS, NOS TUBOS ELECTRÓNICOS DE VAZIO COM UMA OU MAIS GRELHAS

Pelo Eng.º Electrotécnico Diplomado (I. S. T.) JOÃO F. BORGES DA SILVA
Assistente do I. S. T.
Bolseiro da O. T. A. N.

O assunto é tratado teòricamente a partir de princípios fundamentais. Os resultados que se atingem são os que desde há muito se encontram na literatura da especialidade. São porém obtidos, tanto quanto é do conhecimento do Autor, duma forma original, que permite especificar claramente o significado físico de certas aproximações necessárias para justificar por via teórica as relações que a experiência mostrou traduzirem a essência deste aspecto do funcionamento dos tubos electrónicos de vazio.

1 — Unidades e notações

1.1 *Unidades*

Emprega-se o sistema de unidades M. K. S. racionalizado (Sistema de Giorgi).

1.2 *Notações*

Grandezas vectoriais:

- **F** F Força.
- **E** E Campo eléctrico.
- **J** J Densidade de corrente.
- **v** v Velocidade.
- **n** Vector unitário da normal a uma superfície.

Nota: Distingue-se o vector, do seu módulo ou das suas componentes, pelo tipo de letra. Por exemplo:

- **E** Vector campo eléctrico.
- E Módulo ou uma componente do vector campo eléctrico.

Grandezas escalares:

- U Tensão eléctrica.
- I Corrente eléctrica.
- Q Carga eléctrica.
- ρ Densidade de carga eléctrica em volume.
- W Energia.
- T Temperatura absoluta.

Constantes:

- q Valor absoluto da carga do electrão, $1{,}602.10^{-19}$ Coulomb
- m Massa do electrão (em repouso), $9{,}11.10^{-31}$ kg
- ε_0 Constante dieléctrica do vazio,

$$8{,}854.10^{-12} \simeq \frac{1}{4\pi . 9 . 10^9} \text{ Farad m}^{-1}$$

- k Constante de Boltzmann, $1{,}38.10^{-23}$ Joule $^{\circ}K^{-1}$

Outras notações:

- V, dV Volume e elemento de volume.
- S, dS Superfície e elemento de superfície.

Os números entre parêntesis rectos [ ] referem-se ao índice bibliográfico no fim do texto. Os números entre parêntesis curvos ( ) referem-se às expressões numeradas do texto.

2 — Introdução

2.1 *Descrição do fenómeno da limitação da corrente de emissão pela carga espacial*

Os tubos electrónicos de que nos ocupamos utilizam como fonte de electrões um cátodo condutor aquecido. Como é conhecido, uma determinada substância condutora aquecida, emite electrões a um ritmo que é função da temperatura a que se encontra. A densidade de corrente através da superfície emissora correspondente a

esse ritmo designa-se por densidade de corrente de saturação.

Podemos medir a corrente de saturação dum cátodo encerrando-o numa ampola onde se fez o vazio, em conjunto com o seu dispositivo de aquecimento e um eléctrodo, o ânodo, que se coloca a um potencial positivo em relação ao cátodo e que se destina a recolher os electrões emitidos. A corrente que circula no circuito exterior, fig. 1, será a corrente de saturação do cátodo, à temperatura a que se encontrar, desde que o campo eléctrico junto da sua superfície seja dirigido para ela, como a figura indica.

De facto, se assim for, temos a garantia de que todos os electrões libertados ficarão imediatamente sujeitos a uma força

$$F = -qE$$

que os acelera em direcção ao ânodo.

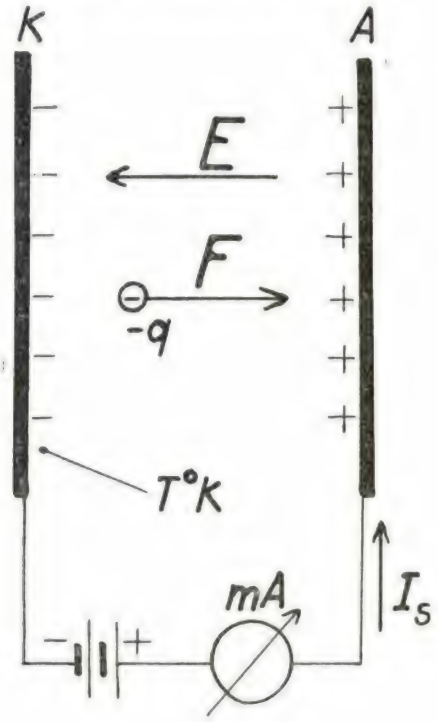


Fig. 1

Deve porém notar-se que não basta termos assegurado que o ânodo fique positivo em relação ao cátodo, por intermédio da bateria do esquema da fig. 1, para podermos garantir que o campo eléctrico junto do cátodo tem o sentido indicado. Quando o espaço entre os eléctrodos é atravessado por uma corrente de electrões, existe necessàriamente uma certa densidade de carga eléctrica negativa em todo o espaço (carga espacial) que se poderia determinar, contando o número de electrões que num dado instante, num certo ponto do espaço, ocupam a unidade de volume e multiplicando esse número pela carga dum electrão. Esta carga espacial modifica o andamento do campo entre os eléctrodos, pois o fluxo que parte das cargas positivas sobre a superfície do ânodo, já não vai terminar todo sobre as cargas negativas que se encontram na superfície do cátodo pois que, pelo menos em parte, terminará nas cargas negativas dos electrões existentes no espaço. Para uma mesma diferença de potencial entre ânodo e cátodo, a intensidade do campo eléctrico na proximidade do cátodo é menor quando existe carga espacial do que quando não existe, isto é, do que quando o espaço não é atravessado por uma corrente.

Supondo que se vai aumentando progressivamente a corrente, elevando progressivamente a temperatura do cátodo, também a densidade de carga espacial vai aumentando podendo atingir-se a situação em que a intensidade do campo eléctrico sobre o cátodo, que veio progressivamente diminuindo, acaba por ser nula.

Se a corrente ainda aumentar mais, o campo eléctrico junto do cátodo mudará de sinal, isto é, reaparecerá com o sentido oposto ao que anteriormente tinha. Nesta situação os electrões libertados encontram uma força que se opõe ao seu movimento em direcção ao ânodo. Caminhando do cátodo para o ânodo encontramos a uma certa distância do cátodo uma superfície sobre a qual o campo é nulo e para além dela o campo volta a ter o sentido ânodo→cátodo, fig. 2.

Sobre essa superfície o potencial tem um valor estacionário, pois sobre ela

$$E_x = -\frac{dU}{dx} = 0$$

Dado o sentido que o campo tem dum lado e do outro da superfície trata-se dum valor mínimo do potencial, portanto inferior ao potencial do cátodo.

Nestas condições só poderão atingir o ânodo os electrões que partirem do cátodo com velocidades tais que a sua energia cinética seja superior a

$$-qU_{min}$$

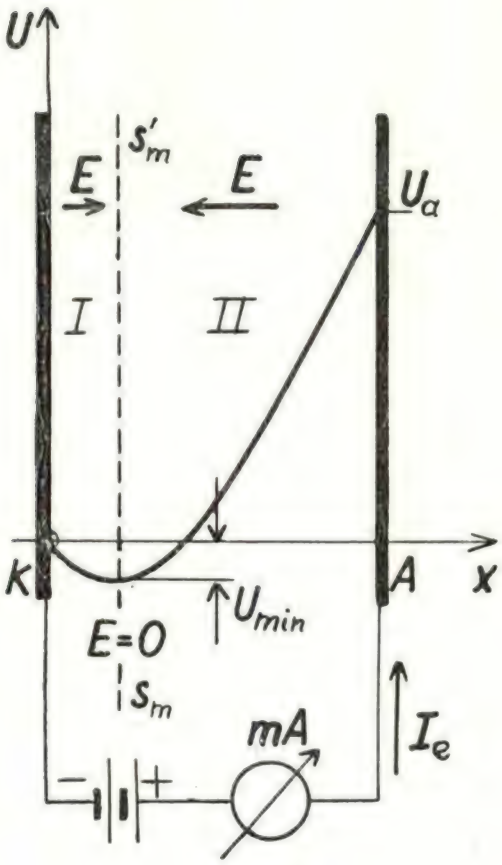


Fig. 2

Os restantes electrões emitidos voltam para trás antes de atingirem a superfície s'_m s_m da fig. 2. A corrente de emissão, isto é, a corrente correspondente aos electrões que conseguem abandonar definitivamente o cátodo por possuirem inicialmente energia suficiente para ultrapassarem a região do potencial mínimo e entrarem na zona II da fig. 2 em que o campo tem o sentido necessário para os acelerar em direcção ao ânodo, será apenas uma fracção da corrente de saturação do cátodo à temperatura a que se encontra.

A distribuição das velocidades iniciais dos electrões emitidos obedece à lei de probabilidade de Maxwell e pode ser traduzida pela expressão

$$N = N_o \, \varepsilon^{-\left(\frac{v}{v_T}\right)^2} \quad (1) \qquad (2\text{-}1)$$

onde:

N — Número de electrões emitidos por unidade de área da superfície emissora, que têm velocidade maior que v segundo a direcção normal à superfície.

N_o — Número total de electrões emitidos por unidade de área da superfície emissora.

v_T — Velocidade característica da temperatura T. É dada, em função da temperatura da substância que emite os electrões, pela seguinte expressão:

$$v_T = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \qquad (2\text{-}2)$$

Para conhecermos qual a fracção da corrente de saturação que consegue ultrapassar a região do potencial mínimo, basta atender a que a corrente é proporcional ao número de electrões que atravessam uma determinada superfície na unidade de tempo. A corrente de saturação será proporcional ao N_o, a corrente de emissão ao N relativo a electrões com velocidades superiores a

$$v = \sqrt{\frac{2q}{m} \, |U_{min}|} \qquad (2\text{-}3)$$

Substituindo (2-2) e (2-3) no expoente de (2-1) e atendendo à proporcionalidade entre número de electrões e correntes obtém-se:

$$I_e = I_s \, \varepsilon^{-\frac{|U_{min}|}{U_T}} \qquad (2\text{-}4)$$

onde:

I_e — Corrente de emissão

I_s — Corrente de saturação

U_T — Equivalente em «Volt» da energia cinética de electrões, com a velocidade característica da temperatura T. Numèricamente:

$$U_T = \frac{kT}{q} = \frac{T}{11.606} \text{ Volt} \qquad (2\text{-}5)$$

No domínio normal de temperaturas encontradas na prática U_T varia entre 0,1 e 0,2 Volt. Em virtude do carácter exponencial da relação (2-4), são suficientes valores de $|U_{min}|$ de alguns décimos de Volt para tornar a corrente de emissão várias vezes menor que a corrente de saturação.

2.2 O *desprezo das velocidades iniciais.*

Embora seja possível fazer a teoria do fenómeno da limitação da corrente de emissão pela

(1) ε Base dos logaritmos naturais.

carga espacial seguindo a linha de raciocínio indicada anteriormente, [1] [2], essa teoria é necessáriamente complicada. Porém sempre que a tensão anódica num díodo (1) for bastante maior que $|U_{min}|$ constitui uma boa aproximação fazer-se a teoria admitindo que os electrões são emitidos com velocidade nula. Coerentemente com esta hipótese podemos então afirmar o seguinte:

A corrente que atravessa o díodo só pode crescer até ao ponto em que o campo eléctrico sobre o cátodo devido à presença da carga especial se anule.

De facto se a corrente aumentasse mais, o campo junto do cátodo mudaria de sentido e impediria completamente a emissão porque os electrões não têm por hipótese velocidade inicial. Designamos por carga espacial plena esta situação em que o campo eléctrico fica nulo sobre o cátodo.

O interesse fundamental deste fenómeno da limitação da corrente de emissão pela carga espacial reside no facto de, no domínio em que ele é possível, isto é, no domínio em que a corrente de emisssão é menor ou quanto muito igual à corrente de saturação, o valor da corrente ser função das tensões aplicadas e independente da temperatura do cátodo.

Com efeito se variarmos a tensão anódica do díodo o campo eléctrico terá que variar proporcionalmente e para que continue a ser zero sobre o cátodo, isto é, para que todo o fluxo que parte do ânodo termine na carga espacial, terá que aumentar também a carga espacial proporcionalmente à tensão anódica.

Por outro lado a velocidade dos electrões é proporcional à raiz quadrada das tensões visto que partem do cátodo com energia cinética nula, em particular sobre o ânodo será proporcional à raiz quadrada da tensão anódica.

Como a densidade de corrente é dada em cada ponto pelo produto

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v} \qquad (2\text{-}6)$$

a corrente total através da superfície do ânodo será proporcional a

$$U_a \cdot \sqrt{U_a} = U_a^{3/2}$$

onde o primeiro factor diz respeito à variação de ρ e o segundo à variação de v com a tensão anódica.

(1) Díodo — Tubo com dois eléctrodos, cátodo e anôdo.

Em regime estacionário esta corrente é evidentemente a mesma que abandona o cátodo e, dum modo geral, é a corrente em qualquer ponto do circuito.

Se suposermos portanto que aumentamos progressivamente a partir de zero a tensão anódica U_a, a corrente anódica terá o andamento da fig. 3. A corrente de emissão cresce de princípio com a potência 3/2 da tensão até se atingir o valor U_1 a que corresponde uma corrente igual à de saturação. Daí em diante a corrente conserva-se constante no valor de saturação. É o domínio entre zero e U_1 em que o tubo trabalha em regime de carga espacial plena e em que portanto opera o mecanismo de limitação da corrente de emissão pela carga espacial que tem interesse nas aplicações pela dependência que estabelece entre correntes e tensões.

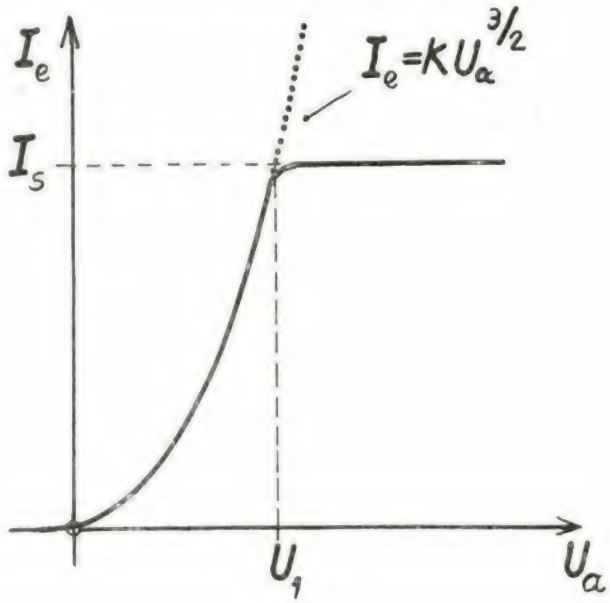


Fig. 3

2.3 *Forma dos eléctrodos*

O estudo do escoamento dos electrões em regime de carga espacial plena pode ser feito com rigor e relativa simplicidade desde que o campo criado pelos eléctrodos tenha linhas de força rectilíneas, pois que com o desprezo das velocidades iniciais as trajectórios dos electrões coincidirão com essas linhas de força, reduzindo-se o problema a um estudo a uma dimensão.

Para os díodos foram estabelecidas soluções exactas deste problema para eléctrodos planos paralelos, cilíndricos coaxiais e esféricos concên-

tricos [3]. Todas estas formas conduzem a trajectórias rectilíneas normais à superfície dos eléctrodos.

Ao estudar os tubos com grelha não é porém possível imaginar nenhuma forma de interpor um eléctrodo em forma de grelha entre o ânodo e cátodo preservando ao mesmo tempo a forma simples do campo e das trajectórias dos electrões. Entramos então no domínio das aproximações. Podemos fazer uma teoria dos tubos com grelha, em primeira aproximação, impondo certas restrições na forma e dimensões das grelhas, que nos permitem admitir que a forma do campo e das trajectórias não é radicalmente alterada pela sua introdução.

Imaginando as grelhas como grades de fios condutores equidistantes, essas restrições são as seguintes:

1) Os fios da grelha assentam numa superfície equipotencial do campo que seria criado por uma diferença de potencial entre cátodo e ânodo na ausência da grelha.
2) A grelha é perdominantemente aberta, isto é, o diâmetro dos fios é muito menor que a distância entre eles.
3) A distância entre fios da grelha é pequena em relação à distância da grelha aos restantes eléctrodos. Por outras palavras o passo da grelha é pequeno em relação às restantes dimensões.

Considerando uma grelha plana entre eléctrodos planos que obedecesse a estas especificações, observaríamos para as condições de funcionamento habituais com $U_g < 0$ e $U_a > 0$ o andamento do potencial representado no gráfico da fig. 4, na ausência de carga espacial. Nele estão traçadas duas curvas, uma relativa ao trajecto $\overline{ab}$ que passa a meia distância entre os fios da grelha e a outra a um trajecto $\overline{a'b'}$ que encontra um fio da grelha. São dois casos extremos; de notável é ser o andamento das duas curvas o mesmo longe da grelha e ser rectilíneo, isto é, ter o andamento típico do potencial entre eléctrodos planos paralelos.

A linha a tracejado no gráfico da fig. 4 que é a extrapolação até junto da grelha dos troços comuns das curvas a cheio constitui uma primeira aproximação do andamento do potencial no tubo com grelha, válida em quase todo o espaço exceptuando a imediata vizinhança dos fios da grelha.

Se não existisse a grelha e para a mesma tensão anódica, o andamento do potencial no interior do tubo seria dado por uma recta unindo P com Q no gráfico da fig. 4. Em primeira análise, o efeito da grelha é convertê-lo numa linha quebrada PRQ que no caso figurado corresponde a um enfraquecimento do campo eléctrico na região cátodo grelha.

É dentro destas limitações que examinaremos a influência das grelhas na corrente de emissão do cátodo.

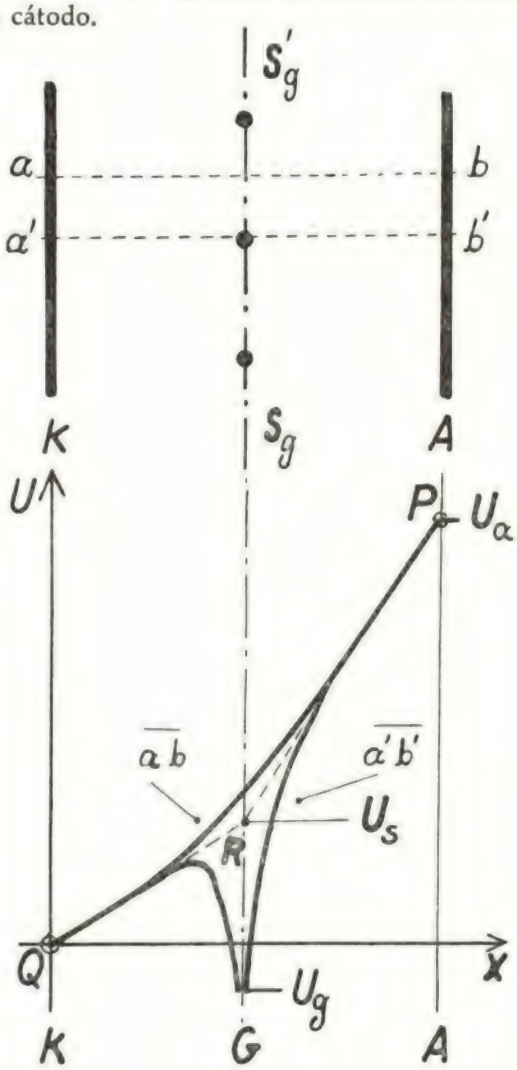


Fig. 4

3 — Equação do movimento dum electrão emitido pelo cátodo em regime de carga espacial plena

A equação do movimento será uma equação escalar, pois o movimento dá-se por hipótese

segundo uma única direcção que é a da normal aos eléctrodos. A única força que actua sobre o electrão é a força devida ao campo eléctrico que existe no ponto onde ele se encontra e que tem a mesma direcção do movimento. Teremos pois simplesmente

$$m \frac{dv}{dt} = - q E_x \qquad (3\text{-}1)$$

Para as formas de eléctrodos consideradas o campo eléctrico apresenta valores constantes sobre uma dada equipotencial. Vamos calcular o valor do campo usando o teorema da divergência

$$\int_V \operatorname{div} \mathbf{E} \, dV = \int_S (\mathbf{E}, \mathbf{n}) \, dS \qquad (3\text{-}2)$$

aplicado ao volume dum tubo de fluxo do campo eléctrico compreendido entre a superfície do cátodo e a equipotencial ss' onde se pretende calcular o campo eléctrico, fig. 5.

Atendendo a que

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad (3\text{-}3)$$

o primeiro membro de (3-2) representa à parte o factor $1/\varepsilon_0$, a carga espacial total Q_e existente dentro do tubo de fluxo entre o cátodo e a equipotencial ss'.

Por outro lado para o integral do segundo membro de (3-2) contribui ùnicamente a superfície ss' pois sobre o cátodo o campo é nulo na hipótese de carga espacial plena e as paredes laterais do volume V pertencendo ao tubo de fluxo não são atravessadas por linhas do campo eléctrico.

Se representarmos por S a área recortada na equipotencial ss' pelo tubo de fluxo, a expressão (3-2) dá para o valor do campo eléctrico sobre a equipotencial

$$E_x = \frac{Q_e}{\varepsilon_0 S} \qquad (3\text{-}4)$$

O campo vem assim expresso na carga espacial que fica *para trás* do ponto em que se faz o cálculo [4].

Designemos por I_e a corrente de emissão que admitimos constante no tempo. Tomemos para tubo de fluxo aquele que abrange toda a superfície útil do cátodo e imaginemos um electrão que parte da cátodo no instante t_0, deslocando-se

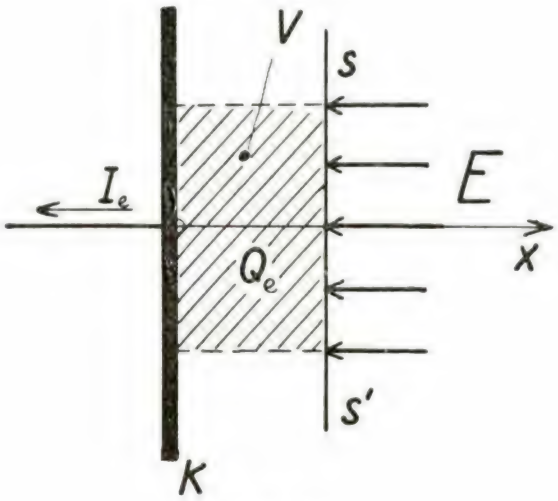


Fig. 5

em direcção ao ânodo sob a acção do campo eléctrico. Consideremos uma superfície como ss' que acompanha o electrão no seu movimento. Essa superfície coincidirá com o cátodo no instante $t = t_0$ e num instante genérico t coincidirá com a equipotencial que passa pelo ponto onde o electrão se encontrar nesse instante.

Esta superfície nunca será atravessada por electrões durante o movimento, de facto ela acompanha todos os electrões que tiverem sido emitidos no mesmo instante $t = t_0$. Todos os electrões emitidos antes do instante t_0 seguem à frente da superfície considerada, todos os que forem emitidos depois seguem atrás dela, isto é, permanecem dentro do volume V (fig. 5).

Um electrão que partiu do cátodo no instante t_0 terá atrás de si no instante t uma carga Q_e dentro do volume V dada pela expressão.

$$Q_e = - I_e (t - t_0) \qquad (3\text{-}5)$$

Substituindo em (3-4) para calcular o campo, e substituindo este último na equação de movimento (3-1) obtém-se:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{q I_e}{\varepsilon_0 S} (t - t_0) \qquad (3\text{-}6)$$

Note-se que nesta equação, S, salvo no caso de eléctrodos planos, não é constante. Se repre-

sentarmos por S_k a superfície útil do cátado teremos :

Para eléctrodos planos $S = S_k$.

Para eléctrodos cilíndricos $S = S_k \left(\frac{r}{r_k}\right)$

onde r represesenta a distância ao eixo e r_k é o raio do cátodo.

Para eléctrodos esféricos $S = S_k \left(\frac{r}{r_k}\right)^2$

onde r representa a distância ao centro e r_k é o raio do cátodo

A solução da equação (3-6) que der velocidade nula sobre o cátodo representará o movimento dum electrão genérico que partiu do cátodo no instante $t = t_0$. Conhecido este movimento está completamente conhecido o escoamento dos electrões. Para as questões que pretendemos estudar é fundamental notar que esse escoamento só depende do valor da corrente de emissão e da forma e dimensões do cátodo, únicos parâmetros que intervêm na equação do movimento (3-6). *Qualquer que seja o arranjo dos eléctrodos que o tubo possua além do cátodo, o escoamento é independente desse arranjo contanto que ele seja compatível com a forma que se assumiu para o campo eléctrico junto do cátodo.*

A equação (3-6) descreve as propriedades do escoamento, no caso do díodo até se atingir o ânodo, num tubo com grelhas até se atingir a primeira grelha. Quer num caso quer no outro, para cátodos idênticos com a mesma corrente de emissão, o escoamento é idêntico. Este facto permite aproveitar resultados conhecidos para os díodos, na teoria dos tubos com grelhas. Com efeito, sendo idênticos os escoamentos serão idênticos o andamento do campo eléctrico e do potencial, nomeadamente a diferença de potencial existente entre o cátodo e um ponto situado sobre a superfície em que assenta a primeira grelha, que designaremos por «tensão eficaz da supefície de grelha» U_{ef}, (1) será a mesma que a tensão anódica dum díodo com o mesmo cátodo, com o ânodo à mesma distância do cátodo que a grelha e atravessado pela mesma corrente de emissão.

Podemos portanto exprimir a corrente de emissão num tubo com grelha em função de U_{ef} por uma expressão idêntica à do díodo

$$I_e = K\, U_{ef}^{3/2} \qquad (3\text{-}7)$$

A constante K designada por «constante de carga espacial do díodo equivalente» obtém-se a partir das dimensões do cátodo e da primeira grelha do tubo pelas mesmas expressões que se usam para díodos com eléctrodos da mesma forma. (Veja-se o Apêndice I).

O problema que se põe seguidamente é o de relacionar a tensão U_{ef} com as tensões aplicadas às grelhas e ao ânodo do tubo.

4 — Carga eléctrica sobre um eléctrodo em função das tensões aplicadas e da carga espacial.

Podemos dividir a carga eléctrica existente sobre um determinado eléctrodo em duas parcelas :

1) A carga que existiria sobre o eléctrodo sendo aplicadas as tensões ao tubo sem estar presente a carga espacial. Designamos esta parcela por Q_U.

A carga Q_U pode ser expressa em função das tensões aplicadas por intermédio das capacidades parciais entre os diferentes eléctrodos [1].

2) A carga que existiria sobre o eléctrodo estando presente a carga espacial e sendo todas as tensões nulas, isto é, estando todos os eléctrodos ao mesmo potencial. Designamos esta parcela por Q_ρ.

Conhecida a distribuição da carga espacial ρ, pode calcular-se Q_ρ pela expressão

$$Q_\rho = -\int_V \eta \rho \, dV \qquad (4\text{-}1)$$

onde η representa a função potencial do campo electrostático que se estabeleceria no espaço entre os eléctrodos ao colocarmos o eléctrodo em questão ao potencial $+1$ e os restantes ao potencial zero, sem carga espacial (Veja-se o Apêndice II).

Quando estiverem simultâneamente, as tensões aplicadas e a carga espacial presente, a carga sobre o eléctrodo será

$$Q = Q_U + Q_\rho \qquad (4\text{-}2)$$

(1) Deve distinguir-se U_{ef} da tensão de grelha U_g. Esta última é a tensão entre o cátodo e o eléctrodo grelha.

O estudo que se segue baseia-se na aplicação desta análise da carga ao cátodo do tubo, que em regime de carga espacial plena terá de ter uma carga total nula em virtude de ser nulo o campo eléctrico na sua superfície (1). Nestas condições deve verificar-se para o cátodo a seguinte igualdade:

$$\boxed{Q_U = -Q_\rho} \qquad (4\text{-}3)$$

Posto isto, o fenómeno da limitação da corrente de emissão pela carga espacial pode ser descrito também nos seguintes termos:

Em virtude das tensões aplicadas aos eléctrodos, surge sobre o cátodo uma carga Q_U quando o cátodo está frio e não emite electrões. Aquecendo o cátodo de modo a permitir a emissão, a corrente só pode crescer até ao ponto em que a carga espacial correspondente origine sobre o cátodo uma carga Q_ρ precisamente igual e de sinal contrário à carga Q_U devida só às tensões.

Deste modo se compreende como as tensões dos diferentes eléctrodos podem afectar a emissão do cátodo na mesma medida em que contribuem para a carga Q_U, pois que a corrente terá sempre de tomar um valor tal que a sua carga espacial induza no cátodo um Q_ρ igual e oposto ao Q_U.

5 — Cálculo das cargas sobre os eléctrodos dum tríodo (2) na ausência da carga espacial.

Orientamos o cálculo no sentido de determinar a tensão U_S que deveria existir entre o cátodo e um eléctrodo sem aberturas assente na superfície de grelha, para obtermos no interior do tubo o mesmo andamento do potencial que se obteria com a grelha, exceptuando evidentemente na sua imediata vizinhança (fig. 4).

Representamos por C_{pq} duma forma geral a capacidade parcial entre os eléctrodos p e q, designando-se pelo índice (s) o eléctrodo sem aberturas que supomos assente sobre a superfície de grelha.

Considerando o sistema de eléctrodos formado por cátodo (k), grelha (g) e ânodo (a) teremos:

$$Q_k = -C_{gk} U_g - C_{ak} U_a \qquad (5\text{-}1)$$

$$Q_g = C_{gk} U_g + C_{ag} (U_g - U_a) \qquad (5\text{-}2)$$

Seria supérfluo escrever a equação relativa a Q_a por ser

$$Q_k + Q_g + Q_a = 0 \qquad (5\text{-}3)$$

Se neste sistema de eléctrodos substituirmos a grelha pelo eléctrodo (s) sem aberturas teremos:

$$Q_k = -C_{ks} U_s \qquad (5\text{-}4)$$

$$Q_s = C_{ks} U_s + C_{as} (U_s - U_a) \qquad (5\text{-}5)$$

e como anteriormente

$$Q_k + Q_s + Q_a = 0 \qquad (5\text{-}6)$$

Para que em qualquer dos casos o andamento do potencial seja o mesmo, devem ser iguais as cargas sobre o ânodo e sobre o cátodo. Então em virtude de (5-3) e de (5-6) também deve ser

$$Q_g = Q_s \qquad (5\text{-}7)$$

Nos gráficos da fig. 4 as cargas Q_a e Q_k são medidas em valor absoluto pela inclinação das curvas do potencial junto dos eléctrodos pois esta inclinação representa a grandeza do campo eléctrico que é proporcional à carga sobre o eléctrodo. A carga Q_s é medida pela descontinuidade da inclinação ao atravessarmos a superfície de grelha. A existência de carga sobre a grelha determina assim intensidades diferentes do campo dum e doutro lado da grelha. A concavidade do ângulo voltada para cima denota carga negativa sobre a grelha.

Para obter U_s em função das tensões, anódica e de grelha devemos então igualar a expressão (5-1) com (5-4) e a expressão (5-2) com (5-5), obtém-se

$$C_{gk} U_g + C_{ak} U_a = C_{ks} U_s \qquad (5\text{-}8)$$

$$(C_{gk} + C_{ag}) U_g + (C_{as} - C_{ag}) U_a = (C_{ks} + C_{as}) U_s \qquad (5\text{-}9)$$

Como o resultado que obtemos para U_s tem de ser o mesmo qualquer que seja a equação empregada e isto para quaisquer valores de U_a

(1) Chama-se a atenção que se raciocina na hipótese de ser o campo uniforme na superfície do cátodo. Doutro modo, ser a carga total nula não garante que o campo seja nulo sobre toda a superfície do eléctrodo.

(2) Tríodo — Tubo de rês eléctrodos, cátodo, grelha e ânodo.

TAQUEÓMETRO AUTOREDUTOR RDS

PARA MIRA VERTICAL COM BASE EXTENSÍVEL

Especialmente apropriado para levantamentos de terrenos acidentados e com muitos detalhes

PRECISÃO DE MEDIDA

das distâncias: 10 a 20 cm em 100 m
dos desníveis: 5 a 20 cm em 100 m

RETÍCULO COM 3 CURVAS:

Inferior — Círculo de Base
Média — Traço Altimétrico
Superior — Traço Estadimétrico

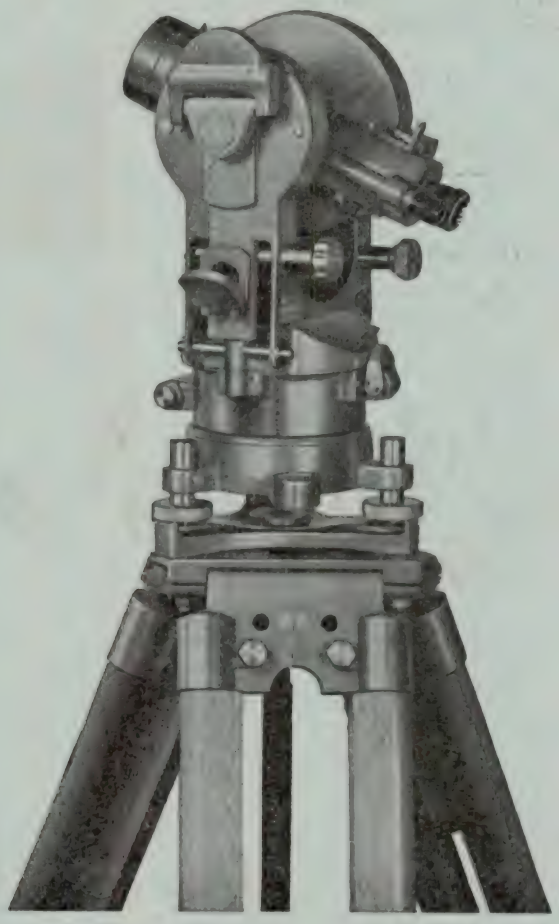


Imagem directa (não invertida) com campo de observação livre e sem obstáculos

Bengala de prumo adaptável ao tripé com escala para leitura da altura do tripé

Solicitem catálogo ou demonstração aos

REPRESENTANTES EXCLUSIVOS

WILD PORTUGAL, LDA.

PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8, S/L 6
LISBOA-2 — TELEF. 68 11 27

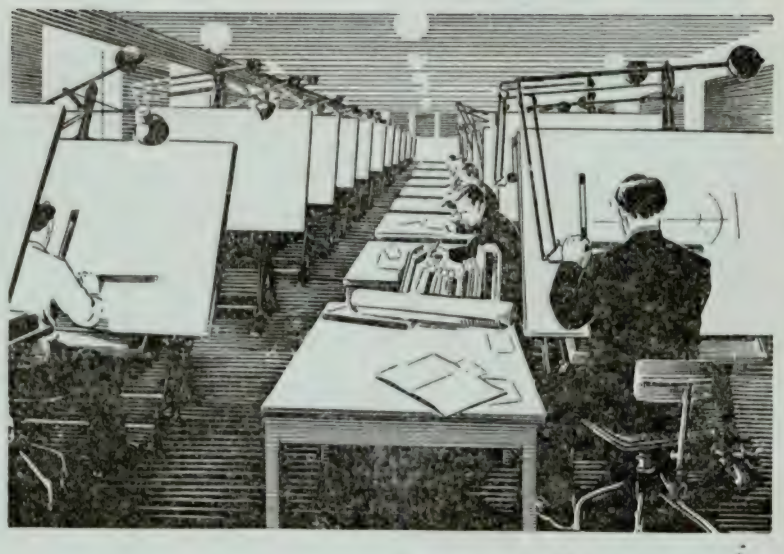
SECÇÃO DE PROPOSTAS

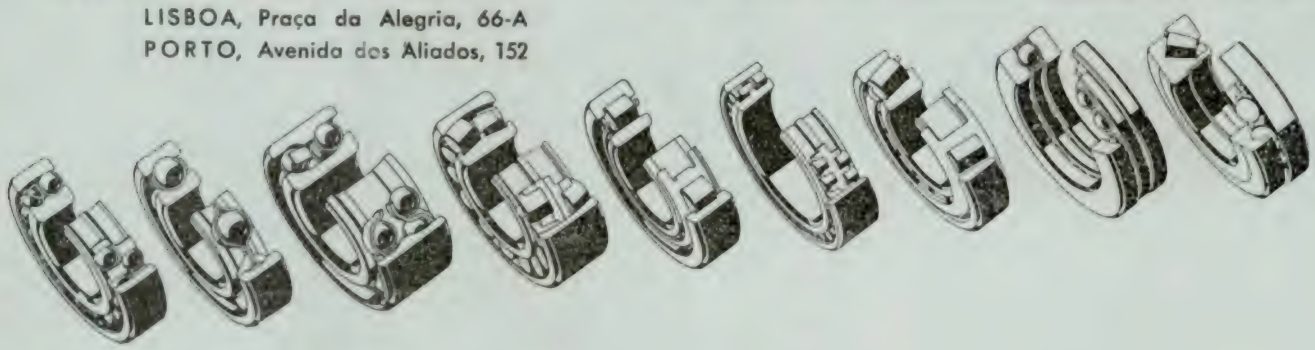
Em todos os estabelecimentos SKF existem técnicos e engenheiros especializados ao dispor de quem os queira consultar sobre tudo quanto diga respeito a rolamentos, bem como a prestarem toda a colaboração na escolha dos mesmos e controlar a sua montagem.

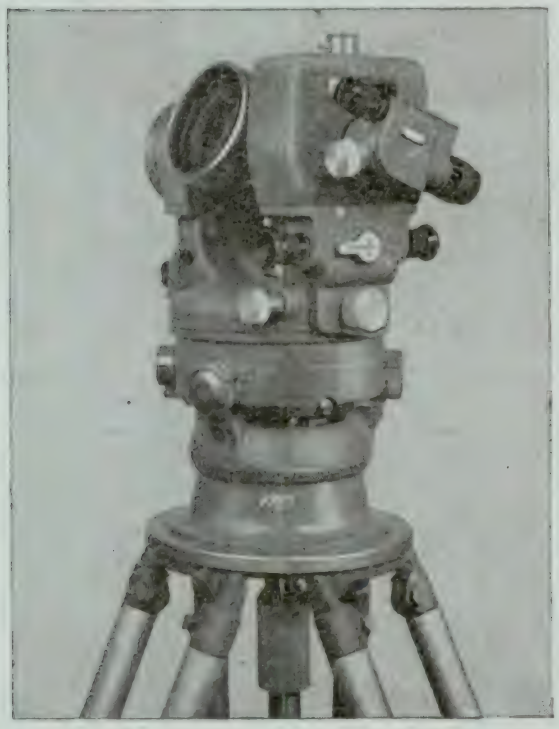
Também, para um maior desenvolvimento do seu serviço técnico, faz a SKF um constante intercâmbio entre os seus estabelecimentos de todo o mundo.

SOCIEDADE SKF LIMITADA

LISBOA, Praça da Alegria, 66-A
PORTO, Avenida dos Aliados, 152







DKM 3

Grande teodolito de triangulação para trabalhos importantes

Construção moderna: Construção compacta, peso reduzido, óculo de lente espelhada de imagem direita, micrómetro óptico de grande precisão, de leitura clara.
Grande precisão: Leitura directa do círculo 0,5cc/0,5", estimativa 0,1cc/0,1".
Emprego múltiplo: Triangulações de 1ª e 2ª ordem, medições de deformação em construções, levantamentos de precisão, determinações astronómicas de azimute, lugar e tempo.

Kern & Co. S. A. Aarau Suiça

Representantes para Portugal:
E. de Azevedo Campos & Cia., Lda.
Rua Santo António, 137, Porto
Rua Antero de Quental, 17, Lisboa

Kern SWISS

e de U_g, devem ser proporcionais os coeficientes das duas equações, ou seja

$$\frac{C_{gk}}{C_{gk} + C_{ag}} = \frac{C_{ak}}{C_{as} - C_{ag}} = \frac{C_{ks}}{C_{ks} + C_{as}}$$

Podemos escrever estas igualdades duma forma mais útil resolvendo-as em ordem a C_{ks} e C_{as} obtendo-se

$$C_{ks} = C_{gk} + C_{ak} + \frac{C_{gk}\, C_{ak}}{C_{ag}} \qquad (5\text{-}10)$$

$$C_{as} = C_{ks} \frac{C_{ag}}{C_{gk}} \qquad (5\text{-}10')$$

Este resultado significa que as capacidades C_{as} e C_{ks} não podem ser fixadas arbitràriamente depois de fixadas as capacidades parciais C_{gk}, C_{ag} e C_{ak} ou inversamente.

Usando para determinar U_s a equação (5-8) onde se substituiu C_{ks} pelo seu valor dado em (5-10) obtém-se

$$U_s = \frac{U_g + \dfrac{C_{ak}}{C_{gk}} U_a}{1 + \dfrac{C_{ak}}{C_{gk}} + \dfrac{C_{ak}}{C_{ag}}}$$

Na teoria dos tubos electrónicos é costume representar os cocientes das capacidades parciais que figuram nesta expressão pela letra D designando-se por «transcaptações» (1).

Introduzindo então as notações

$$\frac{C_{ak}}{C_{gk}} = D_{ag} \qquad \frac{C_{ak}}{C_{ag}} = D_{kg} \qquad (5\text{-}11)$$

podemos finalmente escrever

$$U_s = \frac{U_g + D_{ag}\, U_a}{1 + D_{ag} + D_{kg}} \qquad (5\text{-}12)$$

Se em vez de termos tomado o cátodo para ponto de referência das tensões tivéssemos tomado o ânodo, o problema resolvia-se da mesma maneira e o resultado era o mesmo, àparte a troca do índice (k) com o índice (a) nas transcaptações. Se designarmos por U'_k, U'_g e U'_s as tensões referidas ao ânodo obteríamos

$$U'_s = \frac{U'_g + D_{kg}\, U'_k}{1 + D_{kg} + D_{ag}} \qquad (5\text{-}13)$$

(1) Do alemão «Durchgriffe»

A diferença fundamental entre as duas expressões reside no facto de no numerador duma aparecer $D_{kg}\, U'_k$ onde na outra aparece $D_{ag}\, U_a$.

A carga sobre os eléctrodos pode agora ser expressa em função das tensões U_s e U'_s. São evidentemente as cargas que aparecem sobre os eléctrodos quando só se aplicam as tensões, isto é, aquelas que designámos por Q_U.

$$(Q_U)_k = - C_{ks}\, U_s \qquad (5\text{-}14)$$

$$(Q_U)_a = - C_{as}\, U'_s \qquad (5\text{-}15)$$

Estas cargas são portanto funções lineares das tensões aplicadas, as transcaptações medem a influência electrostática ânodo-cátodo actuando um sobre o outro através da grelha. Mais precisamente, D_{ag} mede a influência do ânodo sobre cátodo em valor relativo, tomando para termo de comparação a influência da própria grelha sobre o cátodo, D_{kg} tem um significado idêntico para a influência do cátodo sobre o ânodo.

Com a configuração habitual dos eléctrodos as transcaptações são números menores que a unidade. (Veja-se o Apêndice I).

6 — Cálculo da carga induzida sobre o cátodo de um tríodo devido à carga espacial

Vamos aplicar a expresão (4-1). A função η a empregar será a que resulta de colocar o cátodo ao potencial + 1 e os restantes eléctrodos, grelha e ânodo, ao potencial zero.

Tomando o ânodo como referência das tensões faremos

$$U'_k = 1 \quad \text{e} \quad U'_g = 0$$

Usando a expressão (5-13) fica definido o valor de η sobre a superfície de grelha

$$\eta_s = \frac{D_{kg}}{1 + D_{kg} + D_{ag}} \qquad (6\text{-}1)$$

Nas zonas entre grelha e cátodo e entre grelha e ânodo a função η evolucionará com o andamento que é característico da forma dos eléctrodos.

A fig. 6 representa o caso de eléctrodos planos em que esse andamento é rectilíneo. Continuamos a ignorar a perturbação da forma simples do campo que necessàriamente existe na vizinhança da grelha. Na fig. 6 está também indicada pela curva a tracejado com a designação η_1, qual se-

ria o andamento de η no caso da grelha ser um eléctrodo sem aberturas.

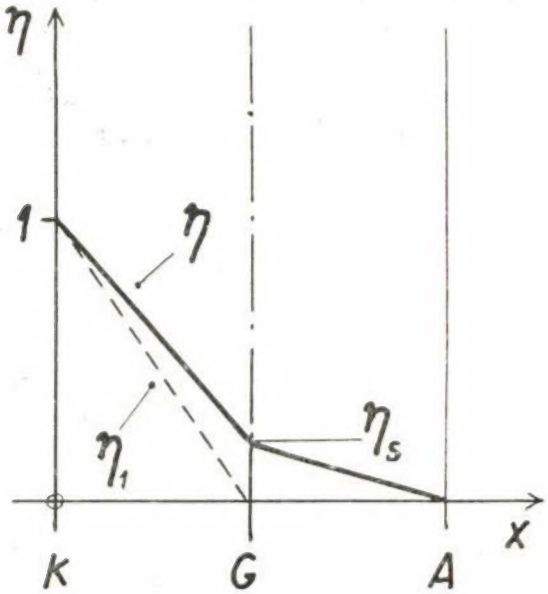


Fig. 6

Entre o cátodo e a grelha podemos exprimir η em termos de η_1 do seguinte modo:

$$\eta = \eta_s + (1 - \eta_s)\,\eta_1 \qquad (6\text{-}2)$$

Esta expressão afirma que as ordenadas de η acima do valor η_s são proporcionais a η_1 o que é verdade por qualquer das curvas ter o andamento característico da forma dos eléctrodos.

Calcularemos a carga Q_e induzida sobre o cátodo pela carga espacial *considerando apenas a contribuição da carga espacial que se encontra entre o cátodo e a grelha.* Esta aproximação é em geral suficientemente boa, porque a carga espacial entre ânodo e grelha nas condições normais de funcionamento em que a tensão anódica é fortemente positiva é pequena. Com efeito, nestas condições os electrões nesta região estarão animados de velocidades elevadas dando portanto densidades de carga espacial baixas em relação às que se registam entre cátodo e grelha, onde os electrões que partiram com velocidade nula do cátodo, não conseguem atingir grande velocidade. Além deste facto, a carga espacial da zona ânodo grelha, para actuar sobre o cátodo, terá de fazê-lo através da grelha que actua como uma blindagem parcial do cátodo. Esta dificuldade de conseguir actuar sobre o cátodo é expressa pelos pequenos valores que a função η toma na região ânodo grelha, que demonstram a pequena contribuição qne esta região daria para o integral (4-1) mesmo que a carga espacial nesta zona fosse importante.

Aplicando então a expressão (4-1) com a função η de (6-2) teremos:

$$Q_e = -\eta_s \int_V \rho dv - (1 - \eta_s) \int_V \eta_1 \rho dV \qquad (6\text{-}3)$$

Qualquer destes integrais pode agora ser expresso em função da tensão anódica do díodo equivalente, ou o que é o mesmo, em função da tensão eficaz da superfície de grelha.

O integral da primeira parcela representa a carga espacial total entre grelha e cátodo. A carga espacial total em regime de corrente limitada pela carga espacial é proporcional à tensão anódica do díodo, como se viu em -2.2-. No caso presente será portanto proporcional à tensão eficaz U_{ef}. O coeficiente de proporcionalidade respectivo tem as dimensões duma capacidade e será representado por C_ρ. Teremos portanto

$$-\int_V \rho\, dV = -Q_e = C_\rho\, U_{ef} \qquad (6\text{-}4)$$

O integral da segunda parcela de (6-3) representa a carga induzida sobre o cátodo se a grelha não tivesse aberturas, que é a mesma que seria induzida no cátodo do díodo equivalente. Esta carga por sua vez é igual e de sinal contrário à que seria induzida no mesmo cátodo só por efeito da tensão anódica. A carga induzida só por efeito da tensão anódica no díodo calcula-se fazendo o produto da capacidade pela tensão anódica. A capacidade entre o ânodo e o cátodo do díodo equivalente é aquela que já designámos por C_{ks}. Teremos portanto:

$$\begin{aligned} -\int \eta_1 \rho\, dV &= (Q_\rho)_{k\,\text{díodo equivalente}} \\ &= C_{ks}\, U_{a\,\text{díodo equivalente}} \\ &= C_{ks}\, U_{ef} \end{aligned} \qquad (6\text{-}5)$$

Substituindo (6-4) e (6-5) em (6-3) e usando nesta expressão o valor de η_s dado por (6-1) obtém-se finalmente:

$$Q_\rho = \frac{1 + D_{ag} + \dfrac{C_\rho}{C_{ks}} D_{kg}}{1 + D_{ag} + D_{kg}}\, C_{ks}\, U_{ef} \qquad (6\text{-}6)$$

Então podemos dizer que, considerando apenas a contribuição da carga espacial entre cátodo e grelha, *a carga induzida no cátodo pela carga espacial é proporcional à tensão eficaz da superfície de grelha.*

Observemos agora a possibilidade de simplificar a relação (6-6) introduzindo mais uma aproximação que consiste em tomar em vez da função η a função η_1 no cálculo de Q_ρ, o que corresponde a admitir a grelha sem aberturas para este cálculo. Obter-se-ia simplesmente

$$Q_\rho = C_{ks}\, U_{ef} \qquad (6\text{-}7)$$

Como a curva η tem ordenadas sempre superiores à curva η_1, fig. 6, conclui-se que a fracção da expressão (6-6) terá de ser maior que a unidade e que consequentemente

$$\frac{C_\rho}{C_{ks}} > 1 \qquad \text{(Veja-se o Apêndice I)}$$

Sempre que D_{kg} for um número pequeno, este resultado aproximado pouco difere do anterior. A diferença entre os dois resultados corresponde ao facto de uma grelha com aberturas não desviar para si uma parte tão grande do fluxo originado na carga espacial como um eléctrodo sem aberturas colocado na mesma posição.

7 — Relação entre a tensão eficaz e as tensões aplicadas no triodo.

Temos agora à nossa disposição todos os elementos para dar a solução do problema proposto no final de -3-. Partimos para isso da igualdade (4-3)

$$Q_U = -Q_\rho \qquad (4\text{-}3)$$

O primeiro membro desta igualdade já foi calculado, o resultado é expresso por (5-14) e (5-12). Encontrou-se que a carga Q_U é uma função linear das tensões aplicadas.

O segundo membro da igualdade (4-3) também já foi calculado, obtendo-se o resultado expresso em (6-6), isto é, que a carga Q_ρ é proporcional à tensão eficaz U_{ef}.

A igualdade (4-3) permite agora relacionar as tensões aplicadas com a tensão eficaz. Fazendo as substituições obtém-se

$$U_{ef} = \frac{1 + D_{ag} + D_{kg}}{1 + D_{ag} + \dfrac{C_\rho}{C_{ks}} D_{kg}}\, U_s \qquad (7\text{-}1)$$

Substituindo U_s pelo seu valor dado por (5-12) vem finalmente

$$U_{ef} = \frac{U_g + D_{ag}\, U_a}{1 + D_{ag} + \dfrac{C_\rho}{C_{ks}} D_{ks}} \qquad (7\text{-}2)$$

Conclui-se portanto que a tensão eficaz é uma função linear das tensões aplicadas aos eléctrodos.

Seguindo o modo de representação habitual, podemos dar à expressão (3-7) da corrente de emissão dum tríodo a seguinte forma

$$\boxed{I_e = K'\, U_c^{\,3/2}} \qquad (7\text{-}3)$$

A constante K' designa-se por «constante de carga espacial do tríodo» e pode ser expressa em função da constante de carga espacial do díodo equivalente pela expressão

$$K' = \frac{K}{\left(1 + D_{ag} + \dfrac{C_\rho}{C_{ks}} D_{kg}\right)^{3/2}} \qquad (7\text{-}4)$$

A constante K' é portanto menor que a constante K do díodo equivalente. São porém da mesma ordem de grandeza por serem as transcaptações normalmente muito inferiores à unidade.

A tensão U_c designa-se por «tensão de comando» e tem a seguinte expressão

$$U_c = U_g + D_{ag}\, U_a \qquad (7\text{-}5)$$

A tensão de comando inclui em si os efeitos conjuntos da tensão da grelha e da tensão anódica, efeitos que se combinam por simples sobreposição. A transcaptação D_{ag} do ânodo através da grelha dá-nos portanto o «peso relativo» com que a tensão anódica influi na corrente de emissão. A tensão de grelha entra com peso unitário enquanto que a tensão anódica intervém com o peso D_{ag} bastante menor do que a unidade.

Na fig. 7 representa-se a corrente de emissão I_e em função da tensão de grelha U_g tomando a tensão anódica U_a como parâmetro.

A curva para $U_a = 0$ é simplesmente

$$I_e = K'\, U_g^{\,3/2}$$

As curvas para $U_a \neq 0$ são translacções desta curva paralelas ao eixo de U_g. A curva relativa a um determinado valor da tensão U_a encon-

tra-se deslocada de $-D_{ag}\ U_a$. Esta curva atingirá portanto o zero na abcissa $U_g = -D_{ag}\ U_a$, este ponto é designado «ponto de corte» pois é o ponto para o qual a tensão de comando se anula e a corrente de emissão atinge zero.

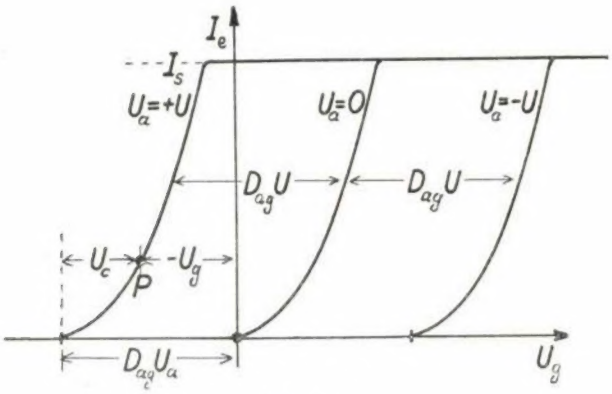


Fig. 7

Para valores negativos da tensão de comando, a corrente de emissão é nula, na hipótese de desprezarmos as velocidades iniciais. A expressão (7-3) só se aplica, como é evidente, para $U_c \geqslant 0$ para valores negativos da tensão de comando será a tensão U_s igualmente negativa, o que significa que as tensões aplicadas aos eléctrodos produzem na região cátodo grelha um campo eléctrico no sentido cátodo→grelha que impedirá completamente a emissão.

Nas condições habituais de funcionamento faz-se $U_g < 0$, deste modo garante-se que a corrente no circuito de grelha seja nula, conseguindo-se comandar a corrente de emissão simplesmente com uma tensão aplicada à grelha e portanto sem pôr em jogo potência. Para podermos nessas condições conseguir corrente de emissão, isto é, uma tensão de comando positiva, temos de colocar o ânodo a um potencial fortemente positivo em relação ao cátodo de tal modo que

$$D_{ag}\ U_a > |U_g|$$

A existência duma transcaptacão apreciável do ânodo através da grelha é portanto essencial para o funcionamento do tríodo com grelha negativa.

Consideremos finalmente o caso de tomarmos para Q_ρ o valor aproximado expresso por (6-7). Em vez de (7-1) seríamos conduzidos simplesmente a

$$U_{ef} = U_s$$

A única diferença introduzida seria o desaparecimento no resultado final da fracção

$$\frac{C_\rho}{C_{ks}}$$

no denominador das expressões (7-2) e (7-4).

Alguns autores identificam, logo de princípio, U_{ef} com U_s e partem daí para estabelecer a teoria do tríodo chegando portanto a este resultado simplificado [1] [5].

Também se encontram na literatura resultados equivalentes ao que é expresso por (7-2) que são obtidos porém através de considerações diferentes das que aqui fizemos [3] [6].

É importante notar que a identificação de U_{ef} com U_s não é equivalente a ignorar a presença de carga espacial ao fazer a teoria do tríodo. Pode parecer assim à primeira vista, pelo facto de U_s resultar dum cálculo onde não intervém a carga espacial. As considerações do final de - 6 - mostram que não é assim e que de facto os efeitos da carga espacial estão a ser levados em linha de conta, sòmente duma forma aproximada que se justifica plenamennte desde que a transcaptação do cátodo através da grelha seja um número pequeno em relação à unidade. É esta precisamente a vantagem do método de dedução que se usou, o permitir especificar claramente a natureza dos desprezos que se fazem.

Tal como se encontra frequentemente na literatura, conduzimos a teoria à base do emprego das capacidades parciais entre os eléctrodos do tríodo. Como estas capacidades podem ser definidas para eléctrodos de qualquer forma, podia supor-se que a teoria era generalizável para além das formas que se especficaram em - 2.3 - pela simples introdução das capacidades parciais correspondentes. Tal generalização não é lícita. O emprego das capacidades parciais é apenas uma forma condensada de fazer intervir na teoria os parâmetros geométricos que interessam ao fenómeno.

8 — A tensão eficaz da superfície da primeira grelha, nos tubos com mais de uma grelha

Trataremos o caso geral de um tubo com um cátodo, n grelhas e um ânodo. Designaremos as grelhas a partir do cátodo, pela sua ordem, com os números 1, 2, . . . n. Ao cátodo caberá o índice $(_0)$ e ao ânodo o índice $(_{n+1})$. Fig. 8.